



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Tesis para obtener el grado académico de
Doctor en Astronomía

INVESTIGACIONES SOBRE AGUJEROS NEGROS EN
GRAVEDAD MODIFICADA

Federico Gaston Lopez Armengol

Director: Dr. Gustavo E. Romero

LA PLATA, ARGENTINA
- NOVIEMBRE DE 2019 -

Prefacio

Esta tesis es presentada como parte de los requisitos para obtener el grado académico de Doctor en Astronomía de la Universidad Nacional de La Plata. La misma contiene los resultados de las investigaciones desarrolladas bajo la dirección del Dr. Gustavo E. Romero, junto con investigaciones desarrolladas en colaboración con miembros del grupo GARRA, grupo PuMA, y otros colegas internacionales entre los años 2015 y 2020.

Federico Gaston Lopez Armengol
e-mail: flopezar@iar.unlp.edu.ar
Sitio Web: <http://tux.iar.unlp.edu.ar/~flopezar/>
La Plata, noviembre de 2019

Resumen

En esta tesis abordamos el problema de la materia oscura, analizando las predicciones de una nueva teoría para la interacción gravitatoria con la que se proclama no requerir materia oscura para explicar las observaciones. Esta teoría, formulada por John Moffat en el año 2006, se denomina Teoría Escalar-Tensorial-Vectorial de la Gravitación (STVG por sus siglas en inglés). Debido a que la teoría ya fue ampliamente explorada en regímenes de gravedad débil, como el Sistema Solar o las fronteras galácticas, y debido a los avances recientes en modelos y observaciones de sistemas físicos en regímenes de gravedad fuerte, decidimos explorar la teoría en este último régimen. En una primera aplicación, construimos modelos de estrellas de neutrones y encontramos que STVG admite masas totales mayores que la Teoría de la Relatividad General (GR por sus siglas en inglés). Luego, estudiamos la cinemática modificada de partículas que conforman *jets* relativistas desde núcleos galácticos activos y encontramos que las desviaciones de GR son útiles para estimular la aceleración y colimación de estos *jets*. También, construimos modelos de discos de acreción geoméricamente delgados y ópticamente gruesos alrededor de agujeros negros en STVG, descubriendo que estos resultan más fríos y menos luminosos que en el caso de GR. Consideramos que estos resultados son atractivos pero, dado el éxito de GR en modelar las observaciones recientes en regímenes de gravedad fuerte, no son superadores. Más allá de las aplicaciones físicas, criticamos algunos de los fundamentos de STVG y sugerimos lineamientos para corregirlos. Estas críticas se basan en el Teorema de Bekenstein, el acople de nuevos campos gravitacionales a la materia, las ondas gravitacionales recientemente detectadas, y el principio de equivalencia débil.

Abstract

We face the dark matter problem, analyzing the predictions of a new theory for the gravitational interaction about which is it claimed that it does not require dark matter to explain astronomical phenomena. This theory, formulated in 2006 by John Moffat, is called *Scalar-Tensor-Vector Gravity* (STVG). Since this theory has been extensively explored in the weak field regime, like the Solar System and the outer boundaries of galaxies, and because there were recent developments of modelling and observing physical systems in the strong gravity regime, we choose to explore STVG in this latter regime. In a first physical application, we build models of neutron stars in STVG, finding that this theory admits larger total masses than General Relativity (GR). Then, we investigate the modified kinematics of particles that constitute astrophysical jets from active galactic nuclei. We find these deviations from GR useful in stimulating the acceleration and collimation of such jets. We also build models for geometrically thin but optically thick accretion disks around black holes in STVG, finding that they are colder and less luminous than in the case of GR. We consider these results attractive but, given the success of GR in modelling recent observations of strong gravitational systems, we do not consider these results to be overcoming. Beyond physical applications, we criticize the foundations of STVG and we suggest plans for modifying them. These critiques are based on the Bekenstein Theorem, the coupling of new gravitational fields to matter, the recent detection of gravitational waves, and the weak equivalence principle.

Originalidad

Las ideas, desarrollos y resultados obtenidos son originales del autor y del director de la tesis, salvo explícita mención. La mayor parte de los resultados fueron presentados previamente en actas de congresos, o publicaciones en revistas con arbitraje.

Por la Universidad pública

Agradecimientos

Mi formación doctoral, los resultados que presento en esta tesis, y otras actividades de investigación y difusión científica que he realizado en estos años, no hubieran sido posibles sin el apoyo de muchas personas e instituciones a las que quiero agradecer.

En primer lugar, a la UNLP, en especial a la FCAG, por todas las lecciones académicas, humanas, y sociales. Agradezco al CONICET, especialmente al IAR, por darme un lugar de pertenencia donde desarrollar mi beca. Agradezco a la sociedad, que valora, defiende, y mantiene estas instituciones.

A mi director, Gustavo, por valiosas discusiones de astrofísica, filosofía, historia, y demás, por guiarme en mis primeras actividades científicas, por los consejos, la confianza, las libertades, por su gestión en el IAR.

Al grupo de investigación GARRA, por las reuniones y espacios compartidos. A la colaboración PuMA, por iniciarme en la radioastronomía y el trabajo colaborativo.

A los grupos e instituciones externas que invirtieron en mi formación: la comunidad del Einstein Toolkit, el instituto RIT, la colaboración NANOGrav, el grupo BeyondSpacetime, el centro ICTP-SAIFR, y la universidad IFT-UNESP.

A Luciano, por la música, las charlas de gravitación, de púlsares, y de cualquier cosa. A Santi, por más charlas de púlsares, por mostrarme el IAR, por ser un ejemplo de astrónomo, militancia, y compromiso. A Fede G. por su ayuda y empuje. A Carlos y Manuela, por darme los recursos y la oportunidad de superarme. A Vassilios, por enseñarme tanto, y salvarme del invierno rochesteriano. A Luis Lehner, por sus consejos en Relatividad Numérica.

A los amigos, de la Facultad y del IAR, por el apoyo y compañía en la odisea de ser un doctorando, por todos los momentos de oficina, de ir y venir, almuerzos, charlas, favores, consejos, y tanto más; por hacer del día a día algo especial. A los de siempre, por la amistad incondicional. A la familia, por el cariño y soporte de toda la vida.

A Caro, por darme todos los días su compañía, por bancarme en todo, por entenderme una y mil veces, por su amor.

Por último, a los héroes que trabajan para que el conocimiento científico sea accesible, público, y gratuito.

Índice general

Prefacio	III
Resumen	V
Abstract	VII
Originalidad	IX
Agradecimientos	XIII
1. Introducción	1
1.1. El problema de la materia oscura	1
1.2. Gravedad modificada	3
1.3. Régimen de gravedad fuerte	4
2. Gravedad modificada: STVG	7
2.1. Introducción	7
2.2. Acción y ecuaciones de campo	8
2.3. Agujeros negros en STVG	10
2.3.1. Agujero negro de Schwarzschild en STVG	10
2.3.2. Agujero negro de Kerr en STVG	12
2.4. Aproximación de campo débil	13
2.5. STVG como sustituto de la materia oscura	14
3. Estrellas de neutrones en STVG	17
3.1. Introducción	17
3.2. Ecuaciones de campo simplificadas	18
3.3. Soluciones de materia, estáticas y esféricamente simétricas	19
3.4. Ecuación modificada de Tolman-Oppenheimer-Volkoff	20
3.5. Ecuaciones de estado e integración numérica	21
3.6. Resultados numéricos	22
4. Jets en STVG	27
4.1. Introducción	27
4.2. Ecuaciones de movimiento	28
4.3. Integración numérica	31
4.4. Resultados	32
4.5. Discusión	38

5. Discos de acreción en STVG	43
5.1. Introducción	43
5.2. Órbitas circulares en torno a agujeros negros en STVG	44
5.3. Discos de acreción delgados en STVG	49
5.4. Resultados	53
5.5. Discusión	59
6. Análisis de fundamentos en STVG	61
6.1. Introducción	61
6.2. Teorema de Bekenstein	61
6.3. Acoplando el campo vectorial a la materia	62
6.4. Acoplando el campo vectorial al campo electromagnético	63
6.5. Ondas gravitacionales	64
7. Conclusiones	67
A. Fotones masivos en STVG	71
B. Teorema de Bekenstein	73
C. Resumen de trabajos realizados	75
C.1. Publicaciones	75
C.1.1. Revistas internacionales con arbitraje	75
C.1.2. Actas de congresos internacionales con arbitraje	75
C.1.3. Actas de congresos nacionales con arbitraje	75
C.2. Telegramas	76
C.3. Divulgación	76
Bibliografía	77

Acrónimos

Lista de acrónimos utilizados en esta tesis (notar que algunas siglas se corresponden a las utilizadas en el idioma inglés):

- AGN: Núcleo galáctico activo (*Active Galactic Nucleus*)
- EVN: Red VLBI europea (*European VLBI Network*)
- EE: Ecuación de estado
- RG: Teoría de la Relatividad General (*General Relativity*)
- ISCO: Última órbita circular estable (*Innermost Stable Circular Orbit*)
- MoG: Gravedad Modificada (*Modified Gravity*)
- AR: Ascensión recta (*Right Ascension*)
- STVG: Teoría Escalar-Tensorial-Vectorial de la Gravitación (*Scalar-Tensor-Vector Gravity*)
- TeVeS: Teoría Tensorial-Vectorial-Escalar (*Tensor-Vector-Scalar Theory*)
- TOV: Tolman-Oppenheimer-Volkoff
- VLBA: Matriz de muy larga línea de base (*Very Long Baseline Array*)
- VLBI: Interferometría de muy larga línea de base (*Very Long Baseline Interferometry*)

Índice de figuras

1.1. Datos observacionales de la curva de rotación de la galaxia NGC 3198, junto a las predicciones clásicas para la misma, considerando la materia visible en el disco, y un halo de materia oscura.	2
1.2. Primera imagen de la sombra de un agujero negro, ubicado en el centro de la galaxia M87.	5
2.1. Curva de rotación galáctica de la galaxia elíptica NGC 3379, con las predicciones de STVG, MOND, y la teoría newtoniana, teniendo en cuenta sólo materia visible.	15
3.1. Nebulosa del Cangrejo y esquema de estrella de neutrones.	18
3.2. Relación masa-radio para estrellas de neutrones.	22
3.3. Relación masa-densidad central para estrellas de neutrones.	23
3.4. Perfiles de presión, densidad, y masa para los modelos de estrellas de neutrones.	25
3.5. Perfiles peculiares de presión, densidad, y masa para los modelos de estrellas de neutrones en STVG.	26
4.1. Imagen del telescopio espacial Hubble del <i>jet</i> en la galaxia M87, y un esquema de AGN.	28
4.2. Mapas vectoriales de $B^{\mu\nu}$ en el plano $x - z$ de las coordenadas de Kerr-Schild para un agujero negro rotante en STVG.	30
4.3. Imágenes del <i>jet</i> en la galaxia M87, tomadas con las matrices VLBI: MERLIN, EVN, VLBA.	33
4.4. Disposición inicial de velocidades de eyección, junto a la línea de campo gravitomagnético en la posición inicial.	34
4.5. Velocidades angulares ω_φ como función de z para las partículas eyectadas del agujero negro rotante en STVG, para distintos valores de κ	35
4.6. Proyección $x - z$ de las trayectorias de partículas de <i>jets</i> relativistas en STVG, para distintos valores de κ	36
4.7. Factor de Lorentz local γ como función del tiempo t para las partículas eyectadas del agujero negro rotante en STVG, para distintos valores de κ	37
4.8. Factor de Lorentz local γ como función del tiempo t para las partículas eyectadas del agujero negro rotante en STVG, para distintos valores de α	38
4.9. Proyección $x - z$ de las trayectorias, para distintos valores de κ , en la región de lanzamiento del <i>jet</i>	39
4.10. Velocidad angular ω_φ para partículas eyectadas con un ángulo de eyección alto, en la región de lanzamiento del <i>jet</i>	40
4.11. Espacio de parámetros $\theta_0 - \theta_{ej}$, donde las regiones con órbitas vorticales han sido sombreadas.	41

5.1. Imagen del cielo donde se encuentra Cygnus X-1 (binaria en rayos-X), y un esquema de la misma.	44
5.2. Potencial gravitatorio efectivo, para distintos valores de α , en el caso de agujeros negros de Schwarzschild de masa estelar, en STVG	47
5.3. Potencial gravitatorio efectivo, para distintos valores de α , en el caso de agujeros negros de Schwarzschild supermasivos, en STVG	47
5.4. Potencial gravitatorio efectivo, para distintos valores de α , en el caso de agujeros negros de Kerr de masa estelar, en STVG	48
5.5. Potencial gravitatorio efectivo, para distintos valores de α , en el caso de agujeros negros de Kerr, supermasivos, en STVG	48
5.6. Momento angular específico para una partícula de prueba en órbita circular en torno a un agujero negro de Kerr, supermasivo, en STVG.	54
5.7. Energía específica para una partícula de prueba en órbita circular en torno a un agujero negro de Kerr, supermasivo, en STVG.	54
5.8. Velocidad angular para una partícula de prueba en órbita circular en torno a un agujero negro de Kerr, supermasivo, en STVG.	55
5.9. Temperatura en función de la coordenada radial para el disco en torno a un agujero negro de Schwarzschild-STVG, de masa estelar.	55
5.10. Luminosidad en función de la energía de la radiación para el disco en torno a un agujero negro de Schwarzschild-STVG, de masa estelar.	56
5.11. Temperatura en función de la coordenada radial para el disco en torno a un agujero negro de Schwarzschild-STVG, supermasivo.	56
5.12. Luminosidad en función de la energía de la radiación para el disco en torno a un agujero negro de Schwarzschild-STVG, supermasivo.	57
5.13. Temperatura en función de la coordenada radial para el disco en torno a un agujero negro de Kerr-STVG, de masa estelar.	57
5.14. Luminosidad en función de la energía de la radiación para el disco en torno a un agujero negro de Kerr-STVG, de masa estelar.	58
5.15. Temperatura en función de la coordenada radial para el disco en torno a un agujero negro de Kerr-STVG, supermasivo.	58
5.16. Luminosidad en función de la energía de la radiación para el disco en torno a un agujero negro de Kerr-STVG, supermasivo.	59

Capítulo 1

Introducción

Uno de los mayores problemas de la astrofísica actual es el llamado *problema de la materia oscura*. Este problema involucra un conjunto de discrepancias entre la masa visible de un sistema y las estimaciones dinámicas de la misma, siendo esta última siempre mayor a la primera. En esta tesis abordamos esta problemática explorando las predicciones de una nueva teoría de la interacción gravitatoria, llamada Teoría Escalar-Tensorial-Vectorial de la Gravitación (STVG, por sus siglas en inglés). Con esta teoría, se proclama no requerir la existencia de componentes oscuras para explicar las observaciones astronómicas actuales. Particularmente, en esta tesis, exploramos las predicciones de STVG en el régimen de campo fuerte, donde la Teoría de la Relatividad General (GR, por sus siglas en inglés), indiscutiblemente, ha probado ser consistente con las observaciones. Comenzamos, en este capítulo, describiendo el contexto científico que enmarca a esta tesis. Luego, en el Capítulo 2, explicamos los fundamentos e implicaciones principales de la teoría STVG. En el Capítulo 3 aplicamos estos fundamentos a la construcción de modelos de estrellas de neutrones. En el Capítulo 4 exploramos la cinemática modificada de las partículas que conforman los *jets* relativistas. Luego, en el Capítulo 5 analizamos la emisión electromagnética de discos de acreción geoméricamente delgados y ópticamente gruesos en STVG. En el Capítulo 6 analizamos los fundamentos teóricos de esta teoría, discutiendo posibles modificaciones a los mismos. Finalmente, en el Capítulo 7, presentamos nuestras principales conclusiones sobre las predicciones y viabilidad de esta teoría.

1.1. El problema de la materia oscura

En general, el problema de la materia oscura es una discrepancia entre estimaciones dinámicas y visibles de la masa de un sistema. Estos problemas son trascendentes, pues requieren una revisión y modificación de las bases de nuestros modelos físicos. Actualmente, el problema de la materia oscura incluye un extenso y variado conjunto de discrepancias entre los modelos y las observaciones astronómicas, con la propiedad común de resolverse al aceptar la existencia de una gran componente de materia no bariónica en el universo.

Esta versión moderna del problema de la materia oscura tiene su origen en el trabajo de Zwicky (1933) donde, aplicando el Teorema del Virial en el cúmulo de galaxias Coma, estimó una masa dinámica de $3 \times 10^{14} M_{\odot}$, mientras que la masa visible es sólo $10^{12} M_{\odot}$. Smith (1936) repitió el análisis para el cúmulo de Virgo, y encontró una discrepancia del mismo orden. Esto dio lugar a la búsqueda teórica y observacional de materia no visible en el medio intracúmulo.

Más tarde, las determinaciones de curvas de rotación galácticas agravan el problema de la materia oscura. En efecto, Babcock (1939) presentó la curva de rotación de la galaxia Andrómeda (M31) y, sorprendentemente, encontró que la misma no decae con un comportamiento

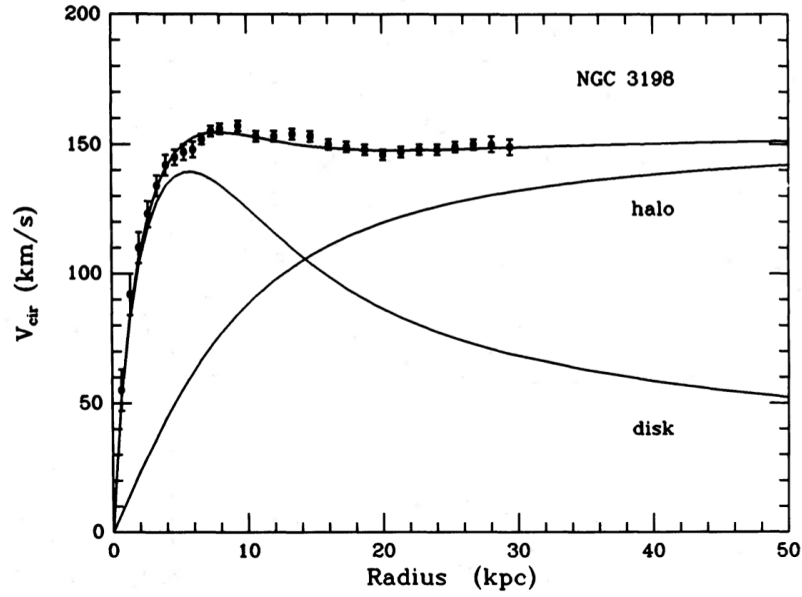


Figura 1.1. Datos observacionales de la curva de rotación de la galaxia NGC 3198 (puntos con barras de error), junto a la predicciones clásicas para la misma, considerando la materia visible en el disco, un halo de materia oscura, y la suma de ambas. Notamos la discrepancia grave entre los datos y el modelo clásico que sólo considera la materia visible del disco. Crédito: van Albada et al. (1985).

kepleriano sino que se mantiene constante. De aquí, Babcock sugirió la existencia de materia ópticamente invisible en las regiones más externas de la galaxia. Con el advenimiento de la radioastronomía, estas regiones fueron exploradas a través de la línea espectral del hidrógeno neutro. En este sentido, Freeman (1970) y Rogstad y Shostak (1972) observaron los límites más externos de las galaxias, y encontraron que las curvas de rotación aún se mantienen planas (ver Fig. 2.1). Por este motivo, postularon incluso una mayor cantidad de materia invisible en la galaxia. A partir de aquí, se llevaron a cabo múltiples observaciones de curvas de rotación que confirmaron la misma tendencia.

Hasta 1980, las discusiones sobre la naturaleza de la materia oscura incluyeron distintas versiones de materia ordinaria invisible. Sin embargo, a partir de esta década, el concepto de materia oscura no bariónica comenzó a tomar gran aceptación en la comunidad. La introducción de este concepto es consecuencia de nuevos puntos de vista en el problema de la materia oscura, relativos a la cosmología y a la física de partículas. En efecto, el advenimiento de la radioastronomía también implicó el descubrimiento del fondo cósmico de radiación en microondas del universo (Penzias y Wilson, 1965). Al analizar sus fluctuaciones, se descubrió que estas no se corresponden con estructuras observables en el universo actual. Esto significa que dichas fluctuaciones fueron ocasionadas por materia que interactúa débilmente con los bariones y fotones. Los físicos de partículas encontraron interés en estos resultados, y comenzaron a buscar nuevas partículas subatómicas con las propiedades dictadas.

Las primeras partículas que, por ser estables e interactuar débilmente con la materia y los fotones, fueron propuestas como candidatas fueron los neutrinos. Sin embargo, las simulaciones numéricas mostraron que los modelos cosmológicos requieren materia oscura *fría*, i.e. no relativista (ver White et al., 1983). Otros candidatos, provenientes de modelos supersimétricos de partículas, fueron los neutralinos, supercompañeros de los fotones, de los bosones Z , y de los bosones neutros de Higgs (Weinberg, 1983; Goldberg, 1983; Ellis et al., 1984), aunque resultaron ser inestables. Actualmente, los llamados axiones son uno de los candidatos a

conformar la materia oscura no bariónica (Wilczek, 1978; Weinberg, 1978; Kephart y Weiler, 1987; Turner, 1987). Estas partículas surgen naturalmente del intento de resolver el problema CP-fuerte de la cromodinámica cuántica mediante rupturas espontáneas de nuevas simetrías. Otros candidatos actuales son las llamadas partículas masivas débilmente interactuantes, o WIMP por sus siglas en inglés (Steigman y Turner, 1985), que surgen de extensiones al modelo estándar de partículas con interacciones similares, o incluso más débiles, que la fuerza nuclear débil. Para una revisión histórica detallada del problema de la materia oscura, ver Bertone y Hooper (2018).

La existencia de las partículas candidatas a conformar materia oscura se basa en motivaciones teóricas. Sin embargo, pese a fuertes esfuerzos experimentales (Aprile et al., 2012; LUX Collaboration, 2013; Agnese, et al. 2014), no han sido detectadas. En este contexto, cuestionar la existencia de la materia oscura es una posición científicamente obligatoria. Para resolver el problema de la materia oscura, por lo tanto, podemos buscar una nueva teoría para la interacción gravitatoria, que explique las observaciones astronómicas sólo con el contenido de materia observable en el Universo.

1.2. Gravedad modificada

Actualmente, la principal teoría física para explicar la interacción gravitatoria es GR. Esta teoría, formulada en 1915 por Albert Einstein, fue aceptada y reconocida por la comunidad científica debido a su simpleza conceptual, su intuitiva interpretación geométrica y, ciertamente, por su destacable éxito en modelar los fenómenos gravitatorios observados. Más aún, de esta teoría se predice la existencia de nuevos entes: las ondas gravitacionales y los agujeros negros. Ya se comprobó la existencia de las primeras, y poseemos evidencias significativas de la existencia de los segundos. El éxito de GR, y el genio de Albert Einstein, no pueden sobreestimarse.

Sin embargo, más allá de todo el éxito y encanto de GR, debemos aceptar que la teoría es defectiva. Filosóficamente, GR es imperfecta como toda representación matemática de la realidad (Bunge, 1977). Pero, incluso respecto a sus predicciones físicas, GR falla en modelar correctamente las curvas de rotación galáctica, los perfiles de masa de cúmulos de galaxias, los efectos de lentes gravitacionales, y los datos cosmológicos. Como mencionamos en la sección anterior, estos problemas pueden salvarse si aceptamos la existencia de componentes oscuras en el Universo. Pero, al no poseer evidencia directa de estas componentes, debemos al menos cuestionar su existencia, y evaluar nuevas teorías para la interacción gravitatoria que puedan explicar las observaciones sólo con materia conocida.

Milgrom (1983), con su teoría MOND (*Modified Newtonian Dynamics*), comenzó esta línea de investigación. En esta teoría, propuso una modificación a la segunda ley de Newton que se manifiesta en el límite de aceleraciones pequeñas, donde suelen ocurrir los fenómenos asociados a la materia oscura. MOND describe correctamente observaciones en escalas galácticas, pero falla en escalas de cúmulos de galaxias y en escalas cosmológicas. Otras teorías, con formulaciones covariantes que coinciden con MOND en el límite de campo débil, fueron formuladas rápidamente. Estas se caracterizan por la inclusión de campos escalares que se acoplan al contenido de materia. Destacamos las contribuciones de Bekenstein y Milgrom (1984) y Sanders (1988) en esta área. Sin embargo, Sanders (1997) notó que toda teoría escalar-tensorial falla en explicar los efectos de lentes gravitacionales sin materia oscura, y sugirió la incorporación de campos vectoriales para salvarlas. Sus ideas maduraron en la teoría TeVeS (*Tensor-Vector-Scalar*) de la gravitación, desarrollada por Bekenstein (2004). Esta teoría, sin embargo, falló en explicar consistentemente las curvas de rotación galácticas y los fenómenos de lensing gravitacional que la motivaron (ver Mavromatos et al., 2009). Para una

revisión exhaustiva de las predicciones de MOND y sus extensiones relativistas, ver el trabajo de Famaey y McGaugh (2012).

Independientemente, Moffat (2006) postuló la teoría STVG (*Scalar-Tensor-Vector Gravity*), también conocida como MoG (*Modified Gravity*) en la literatura. Esta teoría logra explicar curvas de rotación galácticas (Brownstein y Moffat, 2006a), la dinámica de cúmulos de galaxias (Moffat y Rahvar, 2014), y fenómenos asociados al cúmulo Bala (Brownstein y Moffat, 2007) sin recurrir a materia oscura. Esto es así pues, en STVG, la constante gravitacional G es mayor al caso newtoniano y esto es suficiente para explicar las observaciones con materia visible. Para recuperar el valor newtoniano de G en regímenes como el del Sistema Solar, donde no se ha postulado una cantidad detectable de materia oscura, Moffat propuso la acción de una componente repulsiva de corto alcance del campo gravitatorio, mediada por un campo vectorial masivo. Esta componente contrarresta el incremento en G y se recuperan las predicciones clásicas.

En la actualidad, STVG es activamente explorada en el régimen de campo gravitatorio débil, donde los efectos de la materia oscura suelen manifestarse. Sin embargo, son escasos los análisis de STVG en regímenes de campo fuerte. Como mencionamos, cerca de una fuente de campo gravitacional, Moffat ideó un mecanismo por el cual se recuperan las predicciones de GR. Se ha comprobado que este mecanismo funciona, por ejemplo, en el Sistema Solar, pero no se ha comprobado que funcione cerca de objetos compactos, donde los términos no lineales de las teorías son significativos. El objetivo principal de esta tesis es explorar STVG en este régimen, y compararla con GR. Nos concentramos en sistemas astrofísicos con datos observacionales disponibles, de forma de restringir los parámetros libres de la teoría.

1.3. Régimen de gravedad fuerte

Los primeras pruebas experimentales de GR ocurrieron en el régimen de campo débil. Por ejemplo, la precesión del perihelio de Mercurio, la deflexión gravitacional de la luz en el Sistema Solar, o el corrimiento al rojo gravitacional. Esto es así porque, en el régimen de campo fuerte, el tratamiento de las ecuaciones de campo es extremadamente complicado, y porque son escasos los datos experimentales u observaciones de estos sistemas. Sin embargo, al día de la fecha, estas dificultades se superan.

La imposibilidad de resolver analíticamente las ecuaciones de campo para sistemas físicos realistas y dinámicos en el régimen de campo fuerte es superada por la Relatividad Numérica. Esta disciplina se encarga de resolver y hacer evolucionar las ecuaciones de campo para la métrica y el contenido de materia del espaciotiempo, haciendo uso de métodos computacionales. Los inicios de esta disciplina se remontan a la década de 1960, con la formulación del formalismo ADM (Arnowitt et al., 1962). Su constante maduración durante las siguientes cuatro décadas la lleva a su florecimiento, logrando, por ejemplo, las primeras simulaciones estables de la fusión de dos agujeros negros en un sistema binario (Pretorius, 2005; Campanelli et al., 2006; Baker et al., 2006).

Observacionalmente, el descubrimiento de los púlsares (Hewish et al., 1968), estrellas de neutrones que se detectan como pulsos electromagnéticos muy precisos en ondas de radio, permitió estudiar sistemas gravitatorios fuertemente ligados. Por ejemplo, a partir de las variaciones en la regularidad de estos pulsos en el púlsar B1913+16, Taylor y Weisberg (1968) estimaron la pérdida de energía por emisión de ondas gravitacionales en un sistema binario de objetos compactos y encontraron acuerdo con las predicciones de GR. Recientemente, mediante el análisis del efecto de retardo de Shapiro en los pulsos del púlsar J0740+6620, se determinó la masa de esta estrella de neutrones en $2.14M_{\odot}$ (Cromartie et al., 2019) desafiando los modelos actuales. Por otro lado, el incremento en la sensibilidad y resolución espectral de



Figura 1.2. Primera imagen de la sombra de un agujero negro, ubicado en el centro de la galaxia M87. La imagen es creada a partir de las observaciones de varios telescopios sobre la superficie terrestre, mediante la técnica VLBI. En la imagen, notamos un anillo brillante, generado por los efectos de lente gravitacional fuerte del agujero negro sobre los fotones de su entorno. Crédito: Event Horizon Telescope Collaboration, 2019.

satélites detectores de rayos X, tales como Chandra, Astro-H, o NuStar, permite el estudio de la emisión de la región interna de los discos y coronas de agujeros negros o estrellas de neutrones acrecientes en nuestra Galaxia, y en los centros de galaxias activas.

Mediante la técnica de interferometría de muy larga base (VLBI), llevada a cabo por una matriz de radiotelescopios que observan simultáneamente, se logran resoluciones angulares del orden de microsegundos, permitiendo resolver sistemas compactos. Utilizamos en esta tesis, por ejemplo, las observaciones VLBI del *jet* relativista de la galaxia M87 (ver Asada y Nakamura, 2012). Notablemente, uno de los últimos logros de este método fue la resolución de la sombra del agujero negro supermasivo en el centro de esta misma galaxia (The Event Horizon Telescope Collaboration, 2019; ver Figura 1.2).

Más allá de las detecciones electromagnéticas, en el año 2015 los observatorios de ondas gravitacionales LIGO y VIRGO detectaron en forma directa la primera onda gravitacional, generada por la fusión de un sistema binario de agujeros negros de masas estelares (LIGO-VIRGO Collaborations, 2016a). La detección confirmó las predicciones de los modelos de GR en régimen de campo fuerte con una exactitud notable. Más aún, en el año 2017 se detecta la primera onda gravitacional generada por la fusión de un sistema binario de estrellas de neutrones, correspondiéndose con detecciones electromagnéticas de los principales observatorios del mundo (LIGO-VIRGO Collaborations, 2017).

Con estas herramientas computacionales y observacionales, es posible analizar y comparar las predicciones de distintas teorías físicas en el régimen de gravedad fuerte. Esto incluye el objetivo principal de esta tesis: explorar las predicciones de la teoría STVG en regímenes de campo fuerte, comparar estos resultados con las predicciones de GR, y restringir los parámetros de STVG en base a observaciones astronómicas recientes.

Capítulo 2

Gravedad modificada: STVG

2.1. Introducción

En el capítulo anterior mencionamos que la ley de gravitación universal de Newton es deficiente para explicar ciertas observaciones astronómicas, como las curvas de rotación galáctica o los efectos de lentes gravitacionales. Si pensamos entonces en incrementar el módulo de la fuerza newtoniana:

$$\frac{G_N M}{r^2} \rightarrow \frac{GM}{r^2} (1 + \Delta), \quad (2.1)$$

donde G_N es la constante de Gravitación de Newton, M es la masa de la fuente del campo gravitacional, y r la distancia desde esta última hasta el punto donde calculamos el campo, podemos asociar la diferencia Δ a un mayor contenido de materia ΔM , como suponen las líneas de investigación de materia oscura, o a un incremento de la constante de acoplamiento ΔG . Este último camino es explorado por Moffat (2006) con su teoría STVG.

Veremos que, aumentando la constante de acoplamiento gravitacional $G_N \rightarrow G_N(1 + \alpha)$ donde α es un parámetro a ajustar, podemos explicar fenómenos usualmente asociados a la materia oscura. En general, estos fenómenos suceden lejos de la fuente del campo gravitatorio, como las fronteras de las galaxias, y la nueva prescripción para G debe funcionar en estas escalas. En regiones más internas, claro, deberíamos recuperar el valor newtoniano G_N .

Para recuperar la constante newtoniana G_N en regiones próximas a la fuente del campo gravitatorio, Moffat (2006) postuló que la gravedad tiene un comportamiento repulsivo, además de su usual manifestación atractiva. Este nuevo comportamiento contraresta la atracción aumentada y recupera, como constante efectiva, el valor clásico G_N . Para modelar esta componente repulsiva y de corto alcance, Moffat propuso una fuerza de tipo Yukawa, generada por un campo vectorial masivo ϕ .

El mecanismo propuesto por Moffat se manifiesta claramente en el límite de campo débil, estático, y esféricamente simétrico (Moffat, 2006), donde la aceleración radial de una partícula de prueba a una distancia r de la fuente de campo gravitatorio de masa M es:

$$a(r) = -\frac{G_N(1 + \alpha)M}{r^2} + \frac{G_N\alpha M}{r^2} e^{-m_\phi r} (1 + m_\phi r), \quad (2.2)$$

siendo α , m_ϕ parámetros libres de la teoría. El primer término de la ecuación (2.2) prevalece si $r \rightarrow \infty$, y representa la atracción gravitatoria aumentada por $G = G_N(1 + \alpha)$. Como mencionamos, este incremento explica correctamente las curvas de rotación galáctica (Brownstein y Moffat, 2006a), los efectos de lentes gravitacionales (Brownstein y Moffat, 2007), y los datos cosmológicos (Moffat & Toth, 2007), sin recurrir a la existencia de materia oscura. El segundo término, en cambio, es significativo donde $m_\phi r \ll 1$ y representa la

repulsión gravitatoria. Esta fuerza de Yukawa contrarresta la atracción aumentada y, de este intercambio, recuperamos la constante gravitacional de Newton y las predicciones clásicas donde $m_\phi r \ll 1$.

Fenomenológicamente, se encuentra que los valores de α y m_ϕ dependen de la masa M de la fuente. Por este motivo, Moffat postuló que son campos escalares y que la ecuación (2.2) es sólo una aproximación. Ajustando observaciones astronómicas, se han determinado valores numéricos de estos parámetros para un amplio rango de masas M . A modo de ejemplo, $\alpha \sim 10$ y $r_0 = 1/m_\phi \sim 1$ kpc en galaxias (Moffat y Rahvar, 2013).

En este capítulo presentaremos formalmente la acción y ecuaciones de campo de la teoría STVG. Luego, bajo ciertas aproximaciones, mostraremos sus soluciones para agujeros negros. Derivaremos las ecuaciones de movimiento de una partícula en el límite de campo débil, y explicaremos la utilidad de esta teoría para explicar observaciones astronómicas sin recurrir a la existencia de materia oscura.

2.2. Acción y ecuaciones de campo

La acción de STVG es ¹:

$$S = S_{\text{GR}} + S_\phi + S_S + S_M, \quad (2.3)$$

donde

$$S_{\text{GR}} = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{G} (R + 2\Lambda), \quad (2.4)$$

$$S_\phi = \omega \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} + V(\phi) \right), \quad (2.5)$$

$$S_S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{G^3} \left(\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu G \nabla_\nu G - V(G) \right) + \frac{1}{G m_\phi^2} \left(\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu m_\phi \nabla_\nu m_\phi - V(m_\phi) \right) \right]. \quad (2.6)$$

Aquí, $g_{\mu\nu}$ denota la métrica del espaciotiempo, g su determinante, R es el escalar de Ricci, y ∇_μ es la respectiva derivada covariante; d^4x es el producto de los diferenciales de coordenadas elegidas para parametrizar al espaciotiempo; Λ una constante, usualmente denominada constante cosmológica; $\omega = 1/\sqrt{12}$, ϕ^μ denota un campo vectorial de Proca con masa m_ϕ , $V(\phi)$ su potencial, y $B_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi_\nu - \partial_\nu \phi_\mu$; $V(G)$, $V(m_\phi)$ denotan posibles potenciales para los campos escalares $G(x)$, $m_\phi(x)$, respectivamente. Tomamos la signatura $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ para la métrica del espaciotiempo, y unidades donde $c = 1$. El término S_M se refiere a posibles fuentes de materia.

Variando la acción (2.3) respecto a la métrica $g_{\mu\nu}$ obtenemos las ecuaciones de campo:

$$G_{\mu\nu} - g_{\mu\nu} \Lambda + Q_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (2.7)$$

donde $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R$ es el tensor de Einstein, siendo $R_{\mu\nu}$ el tensor de curvatura de Ricci del espacio tiempo, y el tensor $Q_{\mu\nu}$ resulta:

$$Q_{\mu\nu} = G (\nabla^\alpha \nabla_\alpha \Theta g_{\mu\nu} - \nabla_\mu \nabla_\nu \Theta), \quad (2.8)$$

siendo $\Theta(x) = 1/G(x)$. Esta expresión es similar a la de la teoría escalar de Brans-Dicke (Brans y Dicke, 1961). Por otro lado, el tensor de energía-impulso $T_{\mu\nu}$ está compuesto por:

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{\text{M}} + T_{\mu\nu}^{\phi} + T_{\mu\nu}^{\text{S}}, \quad (2.9)$$

¹En comparación con la acción original de Moffat (2006), fijamos el campo escalar ω a una constante $\omega = 1/\sqrt{12}$, como fue sugerido posteriormente por Moffat y Toth (2009), y por Moffat y Rahvar (2013).

donde $T_{\mu\nu}^M$ es el tensor de energía-impulso de la materia, $T_{\mu\nu}^\phi$ el correspondiente al campo vectorial, y $T_{\mu\nu}^S = T_{\mu\nu}^G + T_{\mu\nu}^{m_\phi}$ el de los campos escalares, definidos como:

$$T_{\mu\nu}^M = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta g^{\mu\nu}}, \quad T_{\mu\nu}^\phi = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_\phi}{\delta g^{\mu\nu}}, \quad T_{\mu\nu}^S = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_S}{\delta g^{\mu\nu}}, \quad (2.10)$$

donde $\delta/\delta g^{\mu\nu}$ denota variación respecto al campo $g^{\mu\nu}$. Explícitamente resultan:

$$T_{\mu\nu}^\phi = -\omega \left[B_\mu{}^\alpha B_{\nu\alpha} - g_{\mu\nu} \left(\frac{1}{4} B^{\rho\sigma} B_{\rho\sigma} + V(\phi) \right) + 2 \frac{\partial V(\phi)}{\partial g^{\mu\nu}} \right], \quad (2.11)$$

$$T_{\mu\nu}^G = -\frac{1}{G^3} \left[\nabla_\mu G \nabla_\nu G - 2 \frac{\partial V(G)}{\partial g^{\mu\nu}} - g_{\mu\nu} \left(\frac{1}{2} \nabla_\alpha G \nabla^\alpha G - V(G) \right) \right], \quad (2.12)$$

y una expresión equivalente para el campo escalar m_ϕ .

Por otro lado, variando la acción (2.3) respecto al campo vectorial ϕ_μ encontramos su ecuación de movimiento:

$$\nabla_\nu B^{\mu\nu} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi_\mu} = \frac{1}{\omega} J^\mu, \quad (2.13)$$

donde hemos definido la corriente de materia:

$$J^\mu = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta \phi_\mu}. \quad (2.14)$$

Para el potencial $V(\phi)$ elegimos un término de masa:

$$V(\phi) = -\frac{1}{2} \mu^2 \phi^\mu \phi_\mu. \quad (2.15)$$

Variando la acción (2.3) respecto al campo escalar G obtenemos la ecuación:

$$\nabla_\alpha \nabla^\alpha G + \frac{\partial V(G)}{\partial G} + N = \frac{1}{2} G^2 \left(T + \frac{\Lambda}{4\pi G} \right), \quad (2.16)$$

donde

$$\begin{aligned} N = & \frac{3}{G} \left(\frac{1}{2} \nabla_\alpha G \nabla^\alpha G - V(G) \right) - 3\Theta \nabla_\alpha G \nabla^\alpha G + \\ & + \frac{G}{\mu^2} \left(\frac{1}{2} \nabla_\alpha m_\phi \nabla^\alpha m_\phi - V(m_\phi) \right) + \frac{3G^2}{16\pi} \nabla_\alpha \nabla^\alpha \Theta, \end{aligned} \quad (2.17)$$

y $T = g^{\mu\nu} T_{\mu\nu}$. De la misma forma, el campo escalar m_ϕ cumple la ecuación:

$$\nabla_\alpha \nabla^\alpha m_\phi + \frac{\partial V(m_\phi)}{\partial m_\phi} + P = 0, \quad (2.18)$$

donde

$$P = - \left[\Theta \nabla^\alpha G \nabla_\alpha \mu + \frac{2}{\mu} \nabla^\alpha \mu \nabla_\alpha \mu + \omega \mu^2 G \frac{\partial V(\phi)}{\partial \mu} \right]. \quad (2.19)$$

Por último, la acción de una partícula de prueba de masa m es:

$$S = -m \int d\tau - \lambda \int d\tau \omega \phi_\mu \frac{dx^\mu}{d\tau}, \quad (2.20)$$

donde τ es el tiempo propio sobre la línea de mundo de la partícula, y λ es una constante de acoplamiento a determinar. Variando esta acción respecto a las coordenadas, resulta la ecuación de movimiento:

$$m \left(\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} \right) = f^\mu, \quad (2.21)$$

donde $\Gamma_{\alpha\beta}^{\mu}$ es la conexión de Levi-Civita del espaciotiempo, y

$$f^{\mu} = \lambda \omega B^{\mu}_{\nu} \frac{dx^{\nu}}{d\tau}. \quad (2.22)$$

Esta fuerza f^{μ} representa la nueva componente repulsiva de la interacción gravitatoria. Notemos que las partículas no se moverán por las geodésicas del espaciotiempo. Esta es una de las principales diferencias entre STVG y GR que exploraremos en esta tesis. Para estar en acuerdo con el principio de equivalencia débil, la constante de acoplamiento λ debe ser proporcional a la masa m de la partícula. De esta forma, la ecuación de movimiento será independiente de la masa de la partícula. En las siguientes secciones restringiremos observacionalmente los parámetros de esta ecuación.

2.3. Agujeros negros en STVG

Moffat (2015) investigó soluciones de agujeros negros en STVG. Las ecuaciones de esta teoría son complejas y estas primeras soluciones se basan en fuertes aproximaciones: i) los campos escalares G y μ son considerados como constantes, ii) se anulan los potenciales de los campos escalares, iii) despreciamos la constante cosmológica Λ , iv) se ignora la masa del campo vectorial pues sus efectos se manifiestan lejos de la fuente gravitatoria. Estas soluciones son aproximaciones válidas sólo en la proximidad del agujero negro.

Aplicando las aproximaciones mencionadas en la ecuación (2.7), las ecuaciones de campo para la métrica $g_{\mu\nu}$ resultan:

$$R_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}^{\phi}, \quad (2.23)$$

donde también hemos anulado la constante cosmológica Λ , cualquier contenido de materia $T_{\mu\nu}^M$. Bajo estas hipótesis, el tensor de energía-impulso del campo vectorial (2.11) es:

$$T_{\mu\nu}^{\phi} = -\frac{1}{4\pi} \left(B_{\mu}^{\alpha} B_{\nu\alpha} - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} B^{\alpha\beta} B_{\alpha\beta} \right). \quad (2.24)$$

Por otro lado, las ecuaciones del campo vectorial (2.13) en este régimen son:

$$\nabla_{\nu} B^{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_{\nu} (\sqrt{-g} B^{\mu\nu}) = 0, \quad (2.25)$$

junto a la identidad:

$$\nabla_{\sigma} B_{\mu\nu} + \nabla_{\mu} B_{\nu\sigma} + \nabla_{\nu} B_{\sigma\mu} = 0. \quad (2.26)$$

2.3.1. Agujero negro de Schwarzschild en STVG

Suponemos una geometría esféricamente simétrica y estática:

$$ds^2 = \exp(\nu(r)) dt^2 - \exp(\psi(r)) dr^2 - r^2 d\Omega^2, \quad (2.27)$$

donde $\nu(r), \psi(r)$ son funciones escalares, $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$. Por simetría, el campo vectorial debe tener $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0$, y la ecuación (2.25) se reduce a:

$$\partial_r (\sqrt{-g} B^{0r}) = -\sin\theta \partial_r \left(\exp[-(\psi + \nu)/2] r^2 \partial_r \phi_0 \right) = 0. \quad (2.28)$$

Integrando esta ecuación, encontramos:

$$\phi_0' = \exp[(\psi + \nu)/2] \frac{Q}{r^2}, \quad (2.29)$$

donde $\phi'_0 = \partial_r \phi_0$, Q es una constante que representa la fuente del campo vectorial ϕ^μ . El tensor de energía-impulso del campo vectorial resulta:

$$T^{\phi_1^1} = -T^{\phi_2^2} = -T^{\phi_3^3} = T^{\phi_0^0} = \frac{1}{2} \exp(-\psi - \nu) (\phi'_0)^2 = \frac{1}{8\pi} \frac{Q^2}{r^4}. \quad (2.30)$$

Reemplazando la métrica (2.27) y el tensor de energía impulso (2.30) en la ecuación de campo para la métrica (2.23) obtenemos:

$$\gamma + r\gamma' = 1 - \frac{GQ^2}{r^4}, \quad (2.31)$$

donde llamamos $\gamma = \exp(\nu)$. Además, resultan $\psi' = -\nu'$.

La solución a la última ecuación es:

$$r\gamma = r + \frac{GQ^2}{r} - 2GM, \quad (2.32)$$

con M una constante que representa la masa en $r = 0$. Finalmente, la métrica en este régimen es:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r} + \frac{GQ^2}{r^2}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r} + \frac{GQ^2}{r^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2. \quad (2.33)$$

Esta métrica coincide con la solución de Reissner-Nordstrom (Nordstrom, 1918) de un agujero negro de masa M y carga eléctrica Q en GR. Esto era de esperar, pues hemos despreciado la masa m_ϕ del campo vectorial y así este es matemáticamente equivalente a un campo electromagnético. Sin embargo, destacamos una diferencia crucial: en STVG, la carga Q no se asocia a una nueva propiedad de la materia sino a la misma masa. Moffat (2015) propuso una relación $Q = \kappa M$, donde κ se ajustará desde el límite de campo débil de la teoría. Otra diferencia con el caso electromagnético es que Q será siempre positiva, y la fuerza resultante siempre repulsiva. Así, la masa es fuente de atracción gravitatoria a través de la métrica $g_{\mu\nu}$, pero también fuente de repulsión gravitatoria a través del campo repulsivo ϕ^μ .

Denotando las distancias características $r_S = 2GM$ y $r_Q^2 = Q^2 G$, la métrica (2.33) posee dos horizontes concéntricos en:

$$r_\pm = \frac{1}{2} \left(r_S \pm \sqrt{r_S^2 - 4r_Q^2} \right). \quad (2.34)$$

Según la ecuación (2.21), una partícula de masa m y carga $q = \kappa m$ en el ecuador ($\theta = \pi/2$) se moverá acorde a la ecuación de movimiento:

$$\left(\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{ds} \frac{dx^\beta}{ds} \right) = \kappa B_\sigma^\mu \frac{dx^\sigma}{ds}, \quad (2.35)$$

donde $\kappa = \lambda\omega/m$, y s es el parámetro afín. Integrando esta ecuación para la métrica hallada, Moffat (2015) derivó:

$$L = r^2 \frac{d\phi}{ds}, \quad \frac{dt}{ds} = \frac{C}{s}, \quad (2.36)$$

donde L es el momento angular de la partícula, y C una constante asociada a su energía. Además, diferenciando la métrica (2.33):

$$\left(1 - \frac{2GM}{r} + \frac{GQ^2}{r^2}\right) \left(\frac{dt}{ds}\right)^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r} + \frac{GQ^2}{r^2}\right)^{-1} \left(\frac{dr}{ds}\right)^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2 = 1. \quad (2.37)$$

Juntando las últimas ecuaciones, encontramos que la velocidad radial de la partícula cumple:

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + \frac{r^2}{1 - 2GM/r + GQ^2/r^2} = \frac{r^4(C^2 - 1)}{L^2}. \quad (2.38)$$

Si Q se anula, recuperamos la ecuación de movimiento en el espaciotiempo clásico de Schwarzschild. El término de Q^2 domina cuando $r \rightarrow 0$ y, notablemente, la repulsión gravitatoria evita que la partícula alcance $r = 0$. Otros resultados sobre la regularidad de esta métrica pueden encontrarse en Moffat (2015).

2.3.2. Agujero negro de Kerr en STVG

Con las mismas aproximaciones sobre los campos escalares y $m_\phi \approx 0$, Moffat (2015) planteó la métrica de un agujero negro rotante con momento angular $J = Ma$ en STVG:

$$ds^2 = -\frac{\Delta}{\rho^2} \left[dt - a \sin^2 \theta d\varphi \right]^2 + \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2} \left[(r^2 + a^2) d\varphi - \frac{a}{c} dt \right]^2 + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2, \quad (2.39)$$

donde utilizamos coordenadas de Boyer-Lindquist, y donde:

$$\Delta = r^2 - r_S r + a^2 + r_Q^2, \quad (2.40)$$

$$\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta. \quad (2.41)$$

El espaciotiempo (2.39) posee dos horizontes, dados por las raíces de la ecuación $\Delta = 0$:

$$r_{\pm}^H = \frac{r_S}{2} \pm \sqrt{\frac{r_S^2}{4} - a^2 + r_Q^2}, \quad (2.42)$$

y dos ergosferas determinadas por las raíces de $g_{00} = 0$:

$$r_{\pm}^E = \frac{r_S}{2} \pm \sqrt{\frac{r_S^2}{4} - a^2 \cos^2 \theta - r_Q^2}. \quad (2.43)$$

Además, el espacio-tiempo tiene una singularidad de anillo donde $\rho = 0$. Análogamente a lo discutido en el caso esféricamente simétrico (2.33), esta solución es equivalente a la solución de Kerr-Newmann clásica de GR, donde la constante Q es proporcional a la masa del agujero negro $Q = \kappa M$, y la fuerza resultante es siempre repulsiva. La constante κ se determinará en la siguiente sección, a partir de la aproximación de campo débil.

Por otro lado, resolviendo las ecuaciones del campo vectorial (2.13) para el espaciotiempo modificado de Kerr (2.39), obtenemos:

$$\phi = -\frac{Qr}{\rho^2} \left(dt - a \sin^2 \theta d\varphi \right). \quad (2.44)$$

donde ϕ es el covector que representa al campo vectorial, y $dt, d\varphi$ bases coordenadas del espacio de covectores, y B corresponde al tensor antisimétrico:

$$B = \frac{Q}{\rho^4} \left(r^2 - a^2 \cos^2 \theta \right) dr \wedge \left[dt - a \sin^2 \theta d\varphi \right] + \quad (2.45)$$

$$+ \frac{2Qa}{\rho^4} r \cos \theta \sin \theta d\theta \wedge \left[(r^2 + a^2) d\varphi - a dt \right], \quad (2.46)$$

donde \wedge denota el producto cuña entre covectores. Estas soluciones son conocidas de las ecuaciones de Einstein-Maxwell clásicas (ver Misner et al. 1973, por ejemplo).

Siguiendo la idea de Moffat (2006), las componentes *gravito-eléctricas* repulsivas B^{0i} contrarrestan la atracción aumentada. Sin embargo, las componentes B^{ij} generarán fuerzas de tipo magnético, ausentes en GR. A lo largo de esta tesis, cuantificaremos estas diferencias de ambas teorías en el régimen de campo fuerte.

2.4. Aproximación de campo débil

Como en Secciones anteriores, ignoramos la dinámica de los campos escalares G y m_ϕ , y los aproximamos como constantes. Tomamos la prescripción de Moffat (2006) para la constante gravitacional aumentada $G = G_N(1 + \alpha)$, y suponemos una geometría esféricamente simétrica para el espaciotiempo:

$$ds^2 = \gamma(r)dt^2 - \zeta(r)dr^2 - r^2d\Omega^2. \quad (2.47)$$

Utilizando estas condiciones en la ecuación de movimiento (2.21) para una partícula de masa m , encontramos que se conserva su momento angular L :

$$r^2 \frac{d\varphi}{d\tau} = L, \quad (2.48)$$

donde τ es el tiempo propio de la partícula masiva. Más aun, se conserva la energía E de la partícula:

$$\frac{dt}{d\tau} = -\frac{1}{\gamma} (\kappa\phi_0 + E), \quad (2.49)$$

La componente radial de la ecuación de movimiento resulta (Moffat, 2006):

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} + \frac{\zeta'}{2\zeta} \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 - \frac{J^2}{\zeta r^3} + \frac{\gamma'}{2\zeta\gamma^2} (\kappa\phi_0 + E)^2 = \kappa \frac{1}{\zeta\gamma^2} \left(\frac{d\phi_0}{dr} \right) (\sigma\phi_0 + E), \quad (2.50)$$

donde el símbolo $'$ denota ∂_r .

Tomando la métrica (2.33) y tomando la aproximación $r \gg 1$:

$$\zeta(r) \sim \frac{1}{1 - 2GM/r}, \quad \gamma(r) \sim 1 - \frac{2GM}{r}. \quad (2.51)$$

Tomando también la aproximación de campo débil $2GM/r \ll 1$, la componente radial de la ecuación de movimiento queda:

$$\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{J^2}{r^3} + \frac{GM}{r^2} = \kappa \frac{d\phi_0}{dr}. \quad (2.52)$$

Con estas mismas aproximaciones recurrimos a la ecuación de movimiento del campo vectorial (2.13). Obtenemos la ecuación:

$$\phi_0'' + \frac{2}{r}\phi_0' - \mu^2\phi_0 = 0, \quad (2.53)$$

que posee la solución de Yukawa:

$$\phi_0(r) = -\beta \frac{\exp(-m_\phi r)}{r}, \quad (2.54)$$

2. Gravedad modificada: STVG

donde β es una constante a determinar. Reemplazando este resultado en la componente radial de la ecuación de movimiento de la partícula de prueba (2.52) obtenemos:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{J^2}{r^3} + \frac{GM}{r^2} = K \frac{\exp(-m_\phi r)}{r^2} (1 + m_\phi r), \quad (2.55)$$

donde $K = \kappa\beta$.

Expresamos la constante K en términos de otra constante a determinar M_0 , de la forma:

$$K = G_N \sqrt{M M_0}, \quad (2.56)$$

y tomamos la prescripción $G = G_N(1 + \alpha)$, donde $\alpha = \sqrt{M_0/M}$. Esta relación entre α y M_0 sólo es válida para modelos de fuentes puntuales del campo gravitacional. Luego, la aceleración radial, para partículas con momento angular nulo $L = 0$, resulta:

$$a(r) = -\frac{G_N M}{r^2} \left[1 + \sqrt{\frac{M_0}{M}} \left[1 - \exp(-r/r_0) \left(1 + \frac{r}{r_0} \right) \right] \right], \quad (2.57)$$

donde $r_0 = 1/m_\phi$ es la escala espacial a partir de la cual la fuerza de Yukawa decae significativamente.

En la ecuación (2.57) se manifiesta el mecanismo propuesto por Moffat (2006) para ajustar las observaciones astronómicas sin materia oscura. Cuando $r \ll r_0$, recuperamos la ley de gravitación universal de Newton. Sin embargo, en el límite $r \gg r_0$, la constante gravitacional se incrementa a $G_N(1 + \alpha)$, donde $\alpha = \sqrt{M_0/M}$, y así se ajustan observaciones usualmente asociadas a la existencia de materia oscura.

2.5. STVG como sustituto de la materia oscura

Brownstein y Moffat (2006a) utilizaron una generalización de la aceleración radial (2.57) para distribuciones de materia $M(r)$, con el fin de ajustar curvas de rotación galácticas. Para galaxias con datos fotométricos, suponiendo que la relación masa-luminosidad L/M es constante, dedujeron la distribución de masa. Para galaxias sin datos fotométricos, supusieron una prescripción:

$$M(r) = M \left(\frac{r}{r_c + r} \right)^{3\beta}, \quad (2.58)$$

donde M es la masa bariónica de la galaxia, $\beta = 1, 2$ para galaxias de alto (HSB) y bajo (LSB) brillo superficial, respectivamente, y r_c es el radio del núcleo galáctico.

Para ambos tipos de galaxias, HSB y LSB, las curvas de rotación se ajustan a los valores (ver Fig. 2.1):

$$M_0 = 9.60 \times 10^{11} M_\odot, \quad r_0 = 13.92 \text{ kpc}. \quad (2.59)$$

Referimos a Brownstein y Moffat (2006a) para los detalles del ajuste, la relación de STVG con teorías MOND, con la relación de Tully-Fisher, etc.

Brownstein y Moffat (2006b) aplicaron la misma ecuación de aceleración radial (2.57) para explicar la masa de los cúmulos de galaxia emisores en rayos X, sin incluir materia oscura. Estimaron los perfiles de masa a partir de la densidad observada, de los perfiles de temperatura en rayos X, y de suponer equilibrio hidrostático con el potencial gravitatorio de STVG. Ajustando más de 100 perfiles de masa de cúmulos sin materia oscura, obtuvieron los valores fenomenológicos:

$$M_0 = (60.4 \pm 4.1) M_{\text{gas}}, \quad (2.60)$$

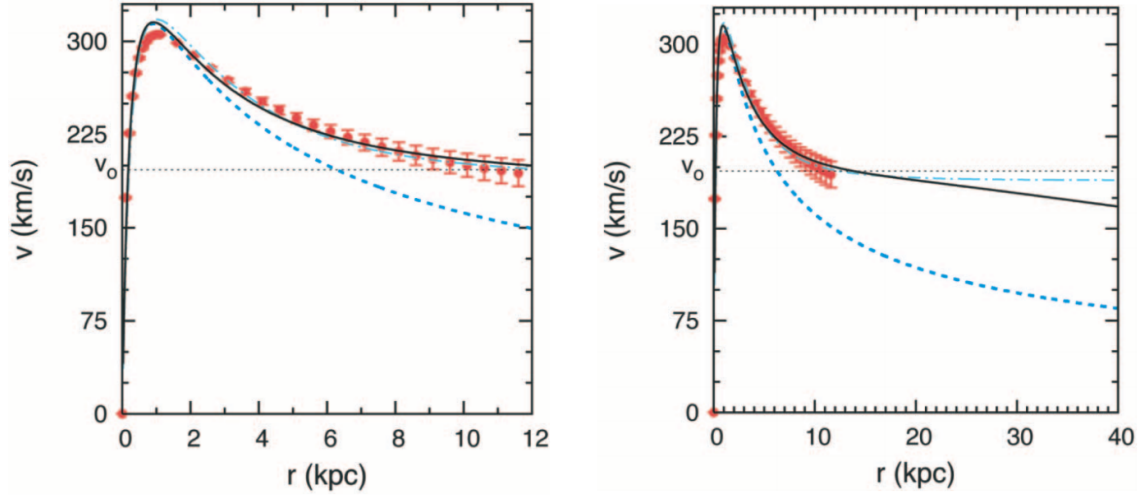


Figura 2.1. Curva de rotación de la galaxia elíptica NGC 3379, donde v_0 es la velocidad de rotación a la distancia $r_0 = 1/m_\phi$ del centro galáctico. Los puntos rojos con sus barras de error representan los datos astronómicos. La curva negra representa la predicción de STVG considerando sólo materia visible como fuente del campo gravitatorio, la curva punteada de color cyan la predicción equivalente de la teoría MOND, y la curva punteada de color azul la predicción newtoniana. El gráfico de la *izquierda* se extiende hasta los límites visibles de la galaxia, mientras que el de la *derecha* hasta 40 kpc, donde se distinguen las predicciones de STVG y MOND. Mientras que la primera presenta un decaimiento kepleriano con una constante gravitatoria aumentada $G = G_N(1 + \alpha)$, la segunda mantiene la curva plana para grandes distancias de la fuente. Crédito: Brownstein y Moffat, 2006a.

$$r_0 = r_{\text{out}}/10, \text{ si } r_{\text{out}} \leq 650 \text{ kpc}, \quad (2.61)$$

$$r_0 = 139.2 \text{ kpc}, \text{ si } r_{\text{out}} > 650 \text{ kpc}, \quad (2.62)$$

donde r_{out} se define como la distancia central a partir de la cual la densidad es menor a $10^{-28} \text{ g cm}^{-3}$.

Más aún, Brownstein y Moffat (2007) realizan un estudio detallado del perfil de masa del cúmulo Bala a partir de su emisión en rayos X, y construyen el mapa de convergencia de lente gravitacional de dicho contenido de materia. En este modelo, toman STVG como teoría de la Gravitación e ignoran posibles contribuciones de materia oscura. Tanto la temperatura del medio intracúmulo como el mapa de lente gravitacional obtenidos de este modelo concuerdan con los datos observacionales.

Capítulo 3

Estrellas de neutrones en STVG

3.1. Introducción

Las estrellas supergigantes aisladas, con masas entre 10 y 50 veces la masa del Sol, agotan su combustible nuclear en unos pocos millones de años y explotan como supernovas. Las capas externas de estas estrellas son expulsadas violentamente al medio interestelar y forman los llamados remanentes de supernova (ver Fig. 3.1). En el centro de estas grandes nubes de gas y polvo, se encontrará un objeto compacto, formado por las capas más internas de la estrella progenitora que resistieron la explosión gracias a una fuerte atracción gravitatoria. Este objeto compacto puede ser una estrella de neutrones o un agujero negro, dependiendo de la cantidad de masa que haya quedado comprimida. En este capítulo, nos interesamos por las primeras.

Las estrellas de neutrones derivan su nombre de la abundancia de neutrones en su composición, que se explica mediante la eliminación de protones y electrones por medio de procesos β -inversos. Estas estrellas son objetos extremos: sus masas pueden alcanzar hasta $2 M_{\odot}$, a pesar de tener radios menores a 15 km. De esta forma, sus densidades alcanzan hasta $10^{15} \text{ g cm}^{-3}$. La fuerza que se encarga de evitar el colapso gravitatorio de este objeto tan denso a un agujero negro es la presión de degeneración fermiónica de los neutrones. En los núcleos de las estrellas de neutrones, sin embargo, donde la densidad es mayor a $10^{14} \text{ g cm}^{-3}$, la ecuación de estado de la materia es desconocida, constituyendo una activa área de investigación actual.

Las estrellas de neutrones, cuando se encuentran en un sistema binario con transferencia de masa, pueden ser identificadas por el brillo del material que acrecen, desde el óptico hasta rayos X. Además, las estrellas de neutrones se identifican por su emisión en radio, proveniente del polo magnético de las mismas. En general, el eje magnético no coincide con el eje de rotación, ocasionando que dicha emisión sea detectada en forma pulsada (*púlsares*). Para una introducción detallada a la física de estos objetos, ver Teukosky y Shapiro (1983).

Siendo estrellas donde el campo gravitacional es intenso, nos interesamos en explorar la estructura de las mismas en STVG. A la fecha, la mayoría de las aplicaciones de STVG se basan en soluciones de vacío. En este capítulo, bajo ciertas aproximaciones, resolvemos las ecuaciones de campo para fuentes extensas de materia. Modelamos el espaciotiempo con una geometría estática, esféricamente simétrica, y modelamos la materia como un fluido perfecto con las mismas características. De la ecuación de conservación del tensor de energía impulso en STVG, derivamos la ecuación modificada de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV). De esta forma, construimos modelos de estrellas de neutrones en STVG, tomando distintas ecuaciones de estado de la bibliografía. Los resultados de este capítulo se basan en el artículo de Lopez Armengol y Romero (2017), propio del doctorando.



Figura 3.1. *Izquierda:* Nebulosa del Cangrejo, remanente de una explosión de supernova registrada en el año 1054. Se encuentra a 6500 años luz de la Tierra, y en su centro posee una estrella de neutrones que rota, aproximadamente, 30 veces por segundo sobre su eje. La imagen combina datos de 5 telescopios: VLA (radio) en rojo; *Spitzer Space Telescope* (infrarrojo) en amarillo; *Hubble Space Telescope* (visible) en verde; *XMM-Newton* (ultravioleta) en azul; y *Chandra X-ray Observatory* (rayos-X) en violeta. Crédito: NASA's Jet Propulsion Laboratory. *Derecha:* Esquema de las capas de una estrella de neutrones. Desde el exterior encontramos primero la atmósfera, constituida por elementos livianos como hidrógeno, helio, y carbono; las cortezas exterior e interior, compuestas por neutrones y electrones libres, y núcleos atómicos pesados; el núcleo externo donde los neutrones, protones, y electrones poseen un estado de superfluidez; y el núcleo interno de composición desconocida donde, posiblemente, los neutrones y protones se descompongan en sus quarks constituyentes. Crédito: NASA's Goddard Space Flight Center.

3.2. Ecuaciones de campo simplificadas

Estamos interesados en la estructura de estrellas de neutrones, objetos compactos donde $m_\phi r \ll 1$, siendo m_ϕ la masa del campo vectorial ϕ y r la distancia al centro de la estrella. Luego, despreciamos los efectos de m_ϕ fijando $\mu = 0$. Físicamente, estamos despreciando el decaimiento de la fuerza repulsiva de Yukawa debido a que ocurre lejos de la fuente gravitatoria. Esta misma aproximación es implementada, por ejemplo, por Moffat (2015). Sin embargo, remarcamos que es necesario un análisis más detallado del límite $\mu \rightarrow 0$ en STVG, pues no necesariamente es continuo al régimen $\mu = 0$.

En este trabajo, nos concentramos en los efectos del campo vectorial ϕ , y postergamos el estudio de las contribuciones de los campos escalares a trabajos futuros. Como ya mencionamos, para la masa del campo vectorial, tomamos $m_\phi = 0$. Para el campo escalar G , tomamos la misma prescripción que Moffat (2006), suponiéndolo constante y mayor a la constante newtoniana:

$$G = G_N(1 + \alpha), \quad (3.1)$$

y exploramos distintos valores de α .

Con estas simplificaciones, y anulando los potenciales para los campos escalares y vectoriales, y anulando la constante cosmológica Λ , la acción (2.3) resulta:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G} R + \frac{\omega}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} \right] + S_M. \quad (3.2)$$

Variando esta última respecto a la métrica $g^{\mu\nu}$, resulta:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G \left(T_{\mu\nu}^M + T_{\mu\nu}^\phi \right), \quad (3.3)$$

donde $G_{\mu\nu}$ denota el tensor de Einstein, y

$$T_{\mu\nu}^M = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta g^{\mu\nu}}, \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^\phi &= -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_\phi}{\delta g^{\mu\nu}} = \\ &= -\omega \left(B_\mu^\alpha B_{\nu\alpha} - g_{\mu\nu} \frac{1}{4} B^{\rho\sigma} B_{\rho\sigma} \right). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Al variar la acción (3.2) respecto al campo vectorial ϕ_μ resulta:

$$\nabla_\nu B^{\nu\mu} = \frac{1}{\omega} J_Q^\mu, \quad (3.6)$$

donde

$$J_Q^\mu = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta \phi_\mu} = \sqrt{\alpha G_N} J_M^\mu. \quad (3.7)$$

La fuente del campo vectorial es la quadri-corriente de materia J_M^μ , multiplicada por el factor $\sqrt{\alpha G_N}$, determinado por ajustes observacionales (Moffat, 2015). No se ha propuesto aun una expresión para S_M que explique el acople de ϕ_μ con J_M^μ . Este es un aspecto importante en los fundamentos de STVG que debe ser clarificado, como discutiremos en la Sección 6.3. En este capítulo, sin embargo, no abordamos esta problemática sino que realizamos una aplicación de STVG en su formato actual.

Bajo las condiciones mencionadas, las ecuaciones (3.3) y (3.6) son similares a las ecuaciones de Einstein-Maxwell. Sus diferencias respecto a estas últimas residen, principalmente, en la naturaleza de la fuente del campo vectorial ϕ . Para las ecuaciones de Einstein-Maxwell, masa y carga eléctrica son propiedades independientes, y sólo la última es fuente del campo vectorial. Por otro lado, en STVG, la misma corriente de materia se acopla al campo vectorial. Así, la distribución de materia $T_{\mu\nu}^M$ determina tanto la dinámica de la métrica como la del campo vectorial.

3.3. Soluciones de materia, estáticas y esféricamente simétricas

Modelamos el espaciotiempo con una geometría estática, y esféricamente simétrica:

$$ds^2 = e^{\nu(r)} dt^2 - e^{\lambda(r)} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (3.8)$$

Además, modelamos el contenido de materia de la estrella como un fluido ideal, estático, y esféricamente simétrico, con tensor de energía-impulso:

$$T_{\mu\nu}^M = [p(r) + \rho(r)] u_\mu u_\nu - p(r) g_{\mu\nu}, \quad (3.9)$$

donde $p(r)$ y $\rho(r)$ denotan la presión y la densidad de la materia a una distancia r del centro de la estrella, respectivamente; y $u^\mu \rightarrow (e^{-\nu/2}, 0, 0, 0)$ denota la cuadrivelocidad de un elemento de fluido en r . La quadricorriente de materia correspondiente, integrada en ángulo sólido, es:

$$J_M^\mu = 4\pi\rho u^\mu \longrightarrow (4\pi\rho e^{-\nu/2}, 0, 0, 0). \quad (3.10)$$

Reemplazando estas componentes de J_M^μ en las ecuaciones del campo vectorial (3.6), obtenemos las componentes no nulas de $B^{\mu\nu}$:

$$B^{01} = -B^{10} = -\frac{1}{\omega} \exp\left(-\frac{\nu + \lambda}{2}\right) \frac{Q(r)}{r^2}, \quad (3.11)$$

donde

$$Q(r) = \int_0^r d\tilde{r} e^{\lambda/2} \sqrt{\alpha G_N} \rho 4\pi \tilde{r}^2. \quad (3.12)$$

Luego, las componentes no nulas del tensor de energía-impulso del campo vectorial son:

$$T_{\phi 0}^0 = T_{\phi 1}^1 = -T_{\phi 2}^2 = -T_{\phi 3}^3 = \frac{1}{2\omega} \frac{Q^2(r)}{r^4}. \quad (3.13)$$

Reemplazando las componentes de los tensores de energía-impulso de la materia (3.9) y del campo vectorial (3.13) en las ecuaciones de campo (3.3) obtenemos el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\left[-\frac{\nu''}{2} + \frac{\lambda'\nu'}{4} - \frac{\nu'^2}{4} - \frac{\nu' - \lambda'}{2r} \right] e^{-\lambda} = -8\pi G p - \frac{\kappa}{2\omega} \frac{Q^2}{r^4} \quad (3.14)$$

$$\frac{\lambda'}{r} e^{-\lambda} + \frac{(1 - e^{-\lambda})}{r^2} = 8\pi G \rho + \frac{8\pi G}{2\omega} \frac{Q^2}{r^4}, \quad (3.15)$$

$$-\frac{\nu'}{r} e^{-\lambda} + \frac{(1 - e^{-\lambda})}{r^2} = -8\pi G p + \frac{8\pi G}{2\omega} \frac{Q^2}{r^4}, \quad (3.16)$$

donde el símbolo ' denota ∂_r . Las soluciones de dicho sistema son:

$$e^{-\lambda(r)} = 1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r} - \frac{1}{r} \frac{4\pi G}{c^4 \omega} \int_0^r d\tilde{r} \frac{Q^2(\tilde{r})}{\tilde{r}^2}, \quad (3.17)$$

$$\nu(r) = -\lambda(r) + \frac{8\pi G}{c^4} \int_0^r d\tilde{r} e^{\lambda(\tilde{r})} \tilde{r} \left(c^2 \rho(\tilde{r}) + p(\tilde{r}) \right), \quad (3.18)$$

donde hemos explicitado las constantes físicas, pues utilizaremos estas ecuaciones para construir modelos de estrellas de neutrones realistas, y compararemos las predicciones de estos modelos con determinaciones astronómicas.

Notar que, para una masa puntual, recuperamos la solución esféricamente simétrica de agujero negro presentada por Moffat (2015). La deducción realizada es similar al trabajo de Florides (1983) para las ecuaciones de Einstein-Maxwell.

3.4. Ecuación modificada de Tolman-Oppenheimer-Volkoff

La ecuación de conservación del tensor de energía-impulso en STVG es:

$$\nabla_\mu \left(T_M^{\mu\nu} + T_\phi^{\mu\nu} \right) = 0. \quad (3.19)$$

Para la métrica (3.8), y los tensores de energía-impulso (3.9) y (3.13), la componente r de esta ecuación resulta:

$$\frac{dp(r)}{dr} + \frac{d}{dr} \left(-\frac{Q^2(r)}{2\omega r^4} \right) + \frac{\nu'(r)}{2} (p(r) + \rho(r)) - \frac{2Q^2(r)}{\omega r^5} = 0. \quad (3.20)$$

De las ecuaciones (3.17) y (3.18) obtenemos $\nu'(r)$, y lo reemplazamos en (3.20). Despejando la derivada radial de la presión obtenemos la ecuación de TOV modificada:

$$\begin{aligned} \frac{dp(r)}{dr} = & -\frac{e^{\lambda(r)}}{r^2} \left(\frac{4\pi G}{c^4} p(r) r^3 - \frac{2GQ^2(r)}{\omega c^4 r} + \frac{GM(r)}{c^2} + \frac{2\pi G}{\omega c^4} \int dr \frac{Q^2(r)}{r^2} \right) \times \\ & \times \left(\rho(r) c^2 + p(r) \right) + \frac{Q(r)}{\omega r^4} \frac{dQ(r)}{dr}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

donde hemos vuelto a explicitar las constantes físicas. Debido a la similitud de las ecuaciones de STVG en este régimen con las ecuaciones de Einstein-Maxwell, la Eq. (3.21) puede compararse con los resultados de Maurya et al (2015) para distribuciones de masa cargadas.

Mientras que la constante gravitacional aumentada G pronuncia el decrecimiento de la presión con el radio, los términos en Q son repulsivos y tienden a contrarestar este efecto. Si anulamos el parámetro α , dichos términos repulsivos se anulan, G se reduce a G_N , y recuperamos la ecuación de TOV clásica.

3.5. Ecuaciones de estado e integración numérica

Para integrar la ecuación de TOV modificada (3.21) necesitamos ecuaciones de estado (EoS) apropiadas que relacionen la presión $p(r)$ con la densidad $\rho(r)$ de cada superficie r . Consideramos cuatro EoS distintas: POLY (Silbar y Reddy, 2004), SLY (Douchin y Haensel, 2001), FPS (Pandharipande y Ravenhall, 1989) y BSK21 (Goriely et al., 2010; Pearson et al., 2011; Pearson et al., 2012).

POLY es una ecuación de estado sencilla, pero poco realista:

$$\zeta = 2\xi + 5.29355, \quad (3.22)$$

donde $\xi = \log(\rho [\text{g cm}^{-3}])$, y $\zeta = \log(p [\text{dyn cm}^{-2}])$. Siendo (3.22) una relación suave y bien comportada, cualquier peculiaridad que resulte de este modelo será por los efectos de STVG.

Por otro lado, SLY, FPS y BSK21 son ecuaciones de estado realistas, determinadas por modelos de interacciones nucleares fuertes. Estas ecuaciones de estado suelen estar tabuladas y, para evitar ambigüedades de interpolación, utilizamos las representaciones analíticas derivadas por Haensel y Putekin (2004) para SLy y FPS, y por Potekhin et al (2013) para BSK21.

Con estas ecuaciones de estado, aplicamos un método de Runge-Kutta de cuarto orden (Press et al., 1992) para integrar numéricamente la ecuación (3.21). Llevamos a cabo la integración desde el centro de la estrella hasta su superficie, definida como el cascarón esférico donde $\log(\rho_s [\text{g cm}^{-3}]) = 6$. Tomamos densidades centrales en el rango $14.6 < \log(\rho_c [\text{g cm}^{-3}]) < 15.9$. Este procedimiento se toma del trabajo de Orellana et al. (2013).

Esperamos desviaciones de las predicciones relativistas para valores no nulos del parámetro α (ecuación (3.1)). Este parámetro, que cuantifica tanto la repulsión como el incremento en la atracción gravitatoria, fue restringido para distintos rangos de masa. Por ejemplo, del movimiento del perihelio de Mercurio resulta la cota máxima (Moffat 2006):

$$\alpha_\odot < \frac{1.5 \times 10^5 c^2}{G_N} \frac{1}{M_\odot} \text{cm}. \quad (3.23)$$

Las estrellas de neutrones poseen masas entre 1 y 2 M_\odot . Luego, la restricción (3.23) para α en el Sistema Solar se aplica al caso de estrellas de neutrones pues su masa es del mismo orden de magnitud. Para escalear el valor de α para la masa de la estrella de neutrones α_{NS} , tomamos una prescripción lineal ad hoc para cuantificar esta dependencia. Además, definimos el factor normalizado $\gamma \in [0; 1)$ para explorar distintos valores de α :

$$\alpha_{\text{NS}} = \gamma \frac{1.5 \times 10^5 c^2}{G_N} \frac{1}{M_\odot} \left(\frac{M(r)}{M_\odot} \right) \text{cm}, \quad (3.24)$$

donde $M(r)$ es la masa de la estrella de neutrones desde el centro hasta el cascarón esférico de radio r . De esta forma, STVG coincide con GR si $\gamma = 0$, y la cota máxima para α corresponde a $\gamma = 1$.

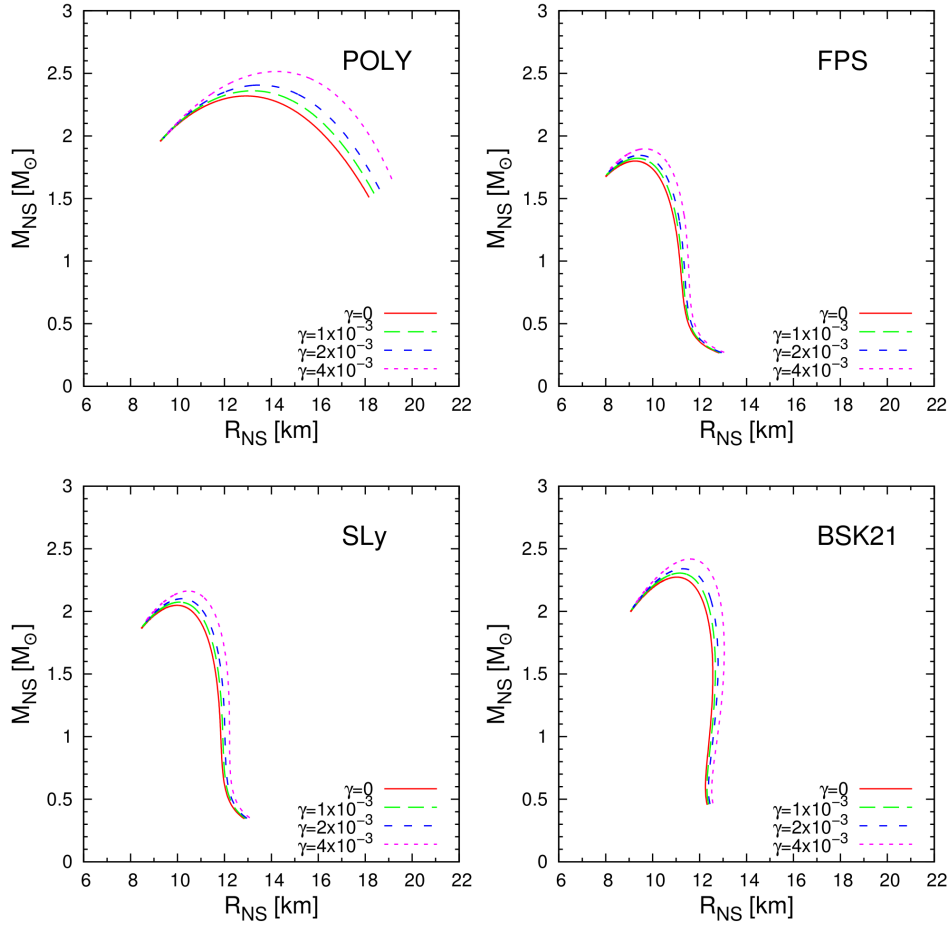


Figura 3.2. Relación masa-radio para estrellas de neutrones con densidades centrales en el rango: $14.6 < \log(\rho_c [\text{g cm}^{-3}]) < 15.9$. Consideramos cuatro ecuaciones de estado diferentes: POLY (*arriba, izquierda*), FPS (*arriba, derecha*), Sly (*abajo, izquierda*) y BSK21 (*abajo, derecha*). En cada secuencia, la densidad central mínima corresponde al extremo derecho, y la máxima al extremo izquierdo. Concluimos que mayores valores de γ implican mayores máximos de masas.

3.6. Resultados numéricos

El primer resultado de nuestro trabajo es analítico e involucra la ecuación de TOV modificada (3.21). Esta ecuación muestra el mecanismo propuesto por Moffat (2006) para recuperar las predicciones clásicas: atracción gravitatoria aumentada, representada por los términos negativos en la derivada radial de la presión, contrarrestados por repulsión gravitatoria, representadas por términos positivos y con factores de Q .

Los siguientes resultados involucran a los modelos de estrellas de neutrones en STVG, integrando la ecuación (3.21) para distintas ecuaciones de estado, y distintos valores del parámetro normalizado: $\gamma = 0$ (GR), $\gamma = 1 \times 10^{-3}$, $\gamma = 2 \times 10^{-3}$, y $\gamma = 4 \times 10^{-3}$. Valores mayores de γ implican resultados inusuales y poco realistas que discutiremos al final de esta Sección, y valores menores no conllevan desviaciones significativas con respecto a GR.

En la Figura 3.2 mostramos la relación entre la masa y el radio de la estrella ($M_{\text{NS}} - R_{\text{NS}}$) para distintas densidades centrales de nuestro modelo, para distintas ecuaciones de estado, y distintos valores de γ . En la Figura 3.3 graficamos la relación entre la masa y la densidad central del modelo ($M_{\text{NS}} - \rho_c$). Los resultados de GR coinciden con la bibliografía (ver, por

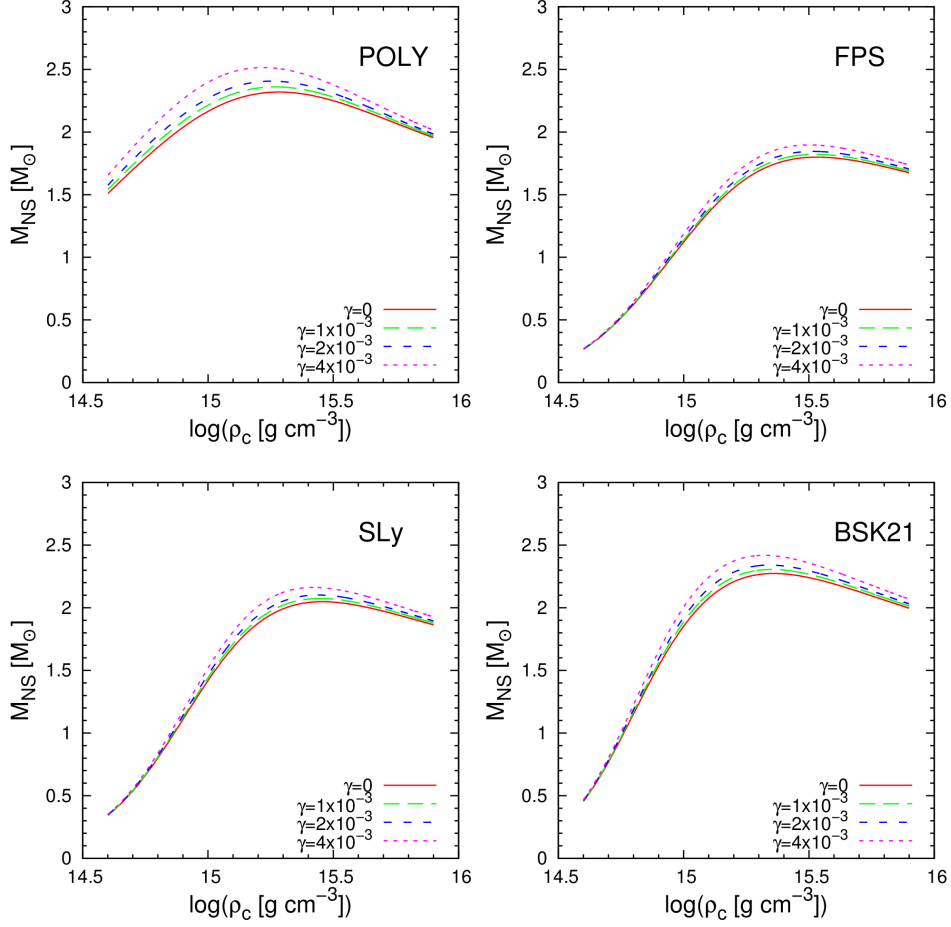


Figura 3.3. Relación entre la masa total y densidades centrales para distintos modelos de estrellas de neutrones. Exploramos distintas ecuaciones de estado: POLY (*arriba, izquierda*), FPS (*arriba, derecha*), SLy (*abajo, izquierda*) y BSK21 (*abajo, derecha*). Concluimos que las masas máximas en STVG son mayores y se alcanzan para densidades centrales menores.

ejemplo, Orellana et al (2013)).

De las Figuras 3.2 y 3.3 notamos que STVG predice resultados simiales a GR para modelos con densidades centrales altas. Sin embargo, encontramos desviaciones significativas para densidades centrales menores, con un máximo en $\rho_c \approx 10^{15.3} \text{g cm}^{-3}$. Finalmente, los resultados tienden a coincidir para las densidades centrales mínimas.

Las masas de los modelos en STVG exceden a las correspondientes en GR. Por otro lado, los valores máximos se obtienen para densidades centrales menores al caso de GR, y con radios mayores. Las estimaciones recientes de masas de estrellas de neutrones desafían los máximos relativistas (Antoniadis et al., 2013; Kiziltan et al., 2013; Özel et al., 2012; Demorest et al., 2012). En este sentido, las predicciones de STVG resultan atractivas.

Las predicciones de STVG son particulares incluso respecto a las de otras teorías alternativas. Por ejemplo, Yazadjiev et al. (2014) construyeron modelos de estrellas de neutrones en teorías $f(R)$ cuadráticas y encontraron que, mientras los modelos de alta masa poseen radios mayores que los correspondientes en GR, los de menor masa resultan más compactos. Por otro lado, Lasky et al (2008) mostraron que en la teoría TeVeS los modelos siempre tienen masas y radios menores a los correspondientes en GR.

En la Figura 3.4 mostramos los perfiles de presión, densidad, y masa para los modelos POLY y SLy. Notamos que los perfiles de densidad y presión en STVG decrecen más lentamente al caso de GR, llegando a perfiles de masa más altos (aunque inapreciable en el caso de densidades mínima con SLy). Asociamos este comportamiento a los términos positivos con factores Q en la ecuación (3.21). Los perfiles de FPS y BSK21 manifiestan desviaciones equivalentes.

Si incrementamos γ un orden de magnitud, encontramos resultados peculiares. En la Figura 3.5 graficamos los perfiles de densidad para los modelos POLY con $\gamma = 0$, $\gamma = 1 \times 10^{-2}$, $\gamma = 2 \times 10^{-2}$ y $\gamma = 4 \times 10^{-2}$. Para densidades centrales bajas y altos γ , los términos repulsivos generan un perfil con un mínimo y máximo local. Sin embargo, es alcanzada cierta masa, la atracción gravitatoria domina y el perfil decrece abruptamente. Los modelos con densidades altas muestran un comportamiento similar pero, para valores altos de γ , siempre prevalece la atracción.

Dentro de las aproximaciones de nuestro modelo, encontramos una cota más restrictiva para el parámetro α . Para que los modelos de estrellas de neutrones sean realistas, i.e. cercanos a las determinaciones astronómicas de masas y radios (Antoniadis et al., 2013; Kiziltan et al., 2013; Özel et al., 2012; Demorest et al., 2012), y con perfiles monótonamente decrecientes, encontramos que:

$$\alpha < 10^{-2} \frac{1.5 \times 10^5 c^2}{G_N} \frac{1}{M_\odot} \text{cm}. \quad (3.25)$$

Remarcamos que, formalmente, α responde a la dinámica del campo escalar G y puede depender del contenido de materia. La restricción (3.25) se aplica a fuentes con masas del orden de la del Sol.

En conclusión, bajo ciertas aproximaciones, encontramos que las soluciones de materia, esféricamente simétricas, y estáticas de STVG pueden admitir masas mayores que GR. Este resultado es atractivo, ya que las determinaciones observacionales de masas de estrellas de neutrones están desafiando los máximos relativistas (Antoniadis et al., 2013; Kiziltan et al., 2013; Özel et al., 2012; Demorest et al., 2012). Además, encontramos perfiles de densidad con máximos y mínimos locales como predicciones distintivas de STVG.

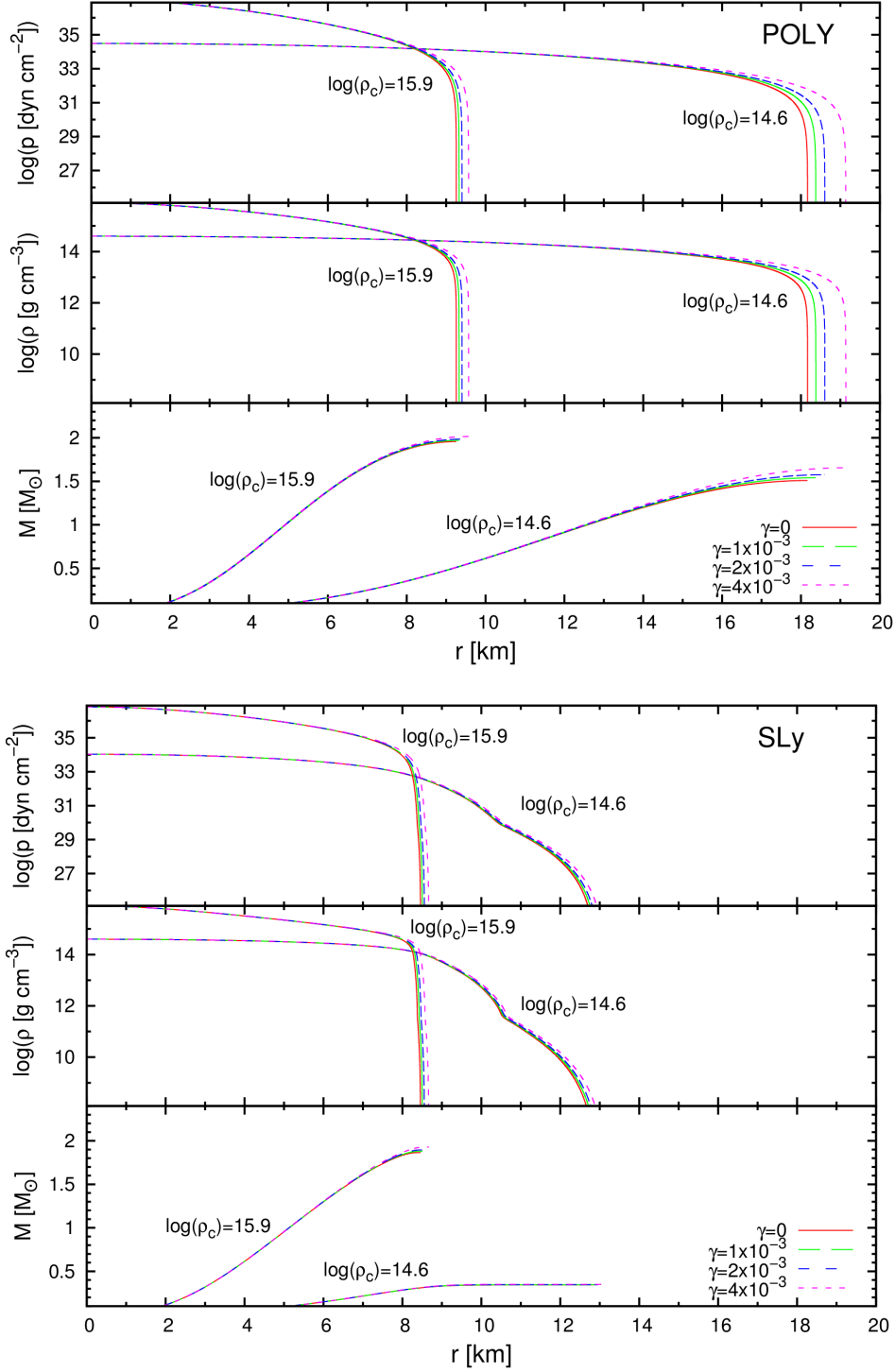


Figura 3.4. Perfiles de presión, densidad, y masa acumulada para los modelos de estrellas de neutrones en STVG. Mostramos los resultados de las ecuaciones de estado POLY (*arriba*) y SLy (*abajo*). Las curvas muestran los efectos repulsivos de la gravedad en STVG, pues los perfiles de presión y densidad decrecen en forma menos pronunciada que el caso de GR. Consecuentemente, los perfiles de masa alcanzan valores más altos en el caso de STVG (aunque inapreciable en el caso de SLy).

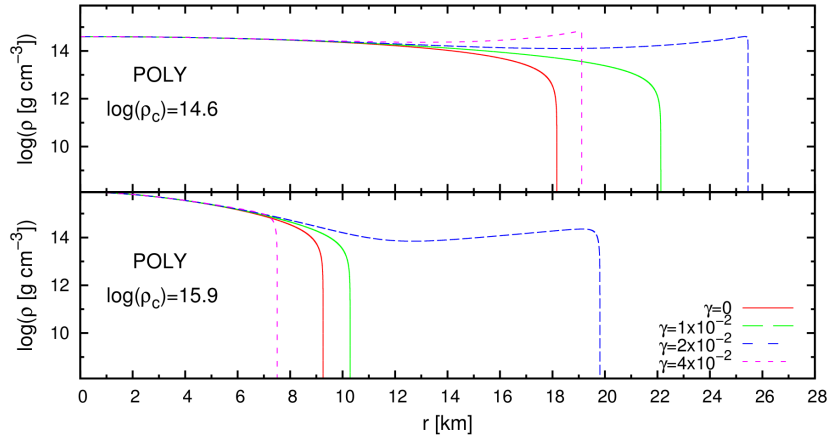


Figura 3.5. Perfiles de densidad para modelos de estrellas de neutrones con ecuaciones de estado POLY, con densidades centrales: $\log(\rho_c [\text{g cm}^{-3}]) = 14.6$ (*arriba*) y $\log(\rho_c [\text{g cm}^{-3}]) = 15.9$ (*abajo*). Encontramos diferencias significativas entre las predicciones de STVG y GR para $\gamma \approx 10^{-2}$. Los efectos repulsivos de la gravedad se intensifican en modelos con bajas densidades centrales, hasta una cierta masa contenida, donde la atracción aumentada prevalece. Para modelos con densidades centrales más altas, la atracción aumentada domina en radios menores.

Capítulo 4

Jets en STVG

4.1. Introducción

Los *jets* astrofísicos son flujos colimados de partículas y campo electromagnético. Se observan en múltiples escenarios y escalas pero, en general, se asocian a un objeto compacto en rotación, que acrece material magnetizado. Para el caso de agujeros negros, los *jets* alcanzan velocidades relativistas y se generan tanto en agujeros negros de masa estelar, en los llamados microcuásares, como en los agujeros negros supermasivos, en los denominados núcleos galácticos activos (AGN; ver Figura 4.1).

El mecanismo de formación de los *jets* relativistas en torno a agujeros negros es un área de investigación activa. Sin embargo, la discusión se mantiene dentro de mecanismos magnetocentrífugos de aceleración, basados en el trabajo de Blandford y Znajek (1977). En este mecanismo, el agujero negro se encuentra rotando y el material magnetizado en acreción se acumula en el plano ecuatorial del sistema. Las líneas de campo magnético, proveídas por el material en acreción, son enroscadas por rotación del material y del mismo espaciotiempo. Esta deformación espiral del campo magnético se propaga por el eje de rotación del agujero negro, dando lugar a un flujo de Poynting. De esta forma, el campo electromagnético extrae momento angular del disco y del mismo agujero negro. Algunas partículas escapan del potencial gravitatorio del agujero negro siguiendo las líneas de campo magnético retorcidas en torno al eje de rotación y siendo aceleradas a velocidades relativistas por fuerzas electromotrices. Para una explicación detallada de este mecanismo, ver Romero y Vila (2014), o Spruit (1997).

El *jet* relativista expulsado del centro de la galaxia M87 es de particular interés por su proximidad (16.7 Mpc). En las últimas décadas, con técnicas de interferometría de muy larga línea de base (VLBI), se han logrado resolver importantes características de la estructura del mismo. Por ejemplo, se han resuelto variaciones en su ángulo de apertura que son consistentes con los mecanismos magnetocentrífugos de aceleración discutidos. Además, con el telescopio espacial Hubble se han resuelto y monitoreado sobredensidades del *jet*, como la llamada "HST-1". Las estimaciones de la fuente de energía de este *jet* relativista son consistentes en un agujero negro supermasivo de masa $M \approx 10^9 M_\odot$. Ver Asada y Nakamura (2012) para más detalles de las observaciones y estructura del *jet* en M87.

En este capítulo, investigamos las diferencias predictivas entre GR y STVG respecto a la cinemática de estos *jets* astrofísicos, eyectados desde el entorno de agujeros negros supermasivos en rotación. Esperamos discrepancias particulares entre las dos teorías, ya que la nueva componente repulsiva de la gravedad en STVG es mediada por un campo vectorial, y este presenta fuerzas de tipo magnéticas, con componentes polares y azimutales no nulas, totalmente ausentes en GR. El movimiento de las partículas que conforman los *jets* son sensibles

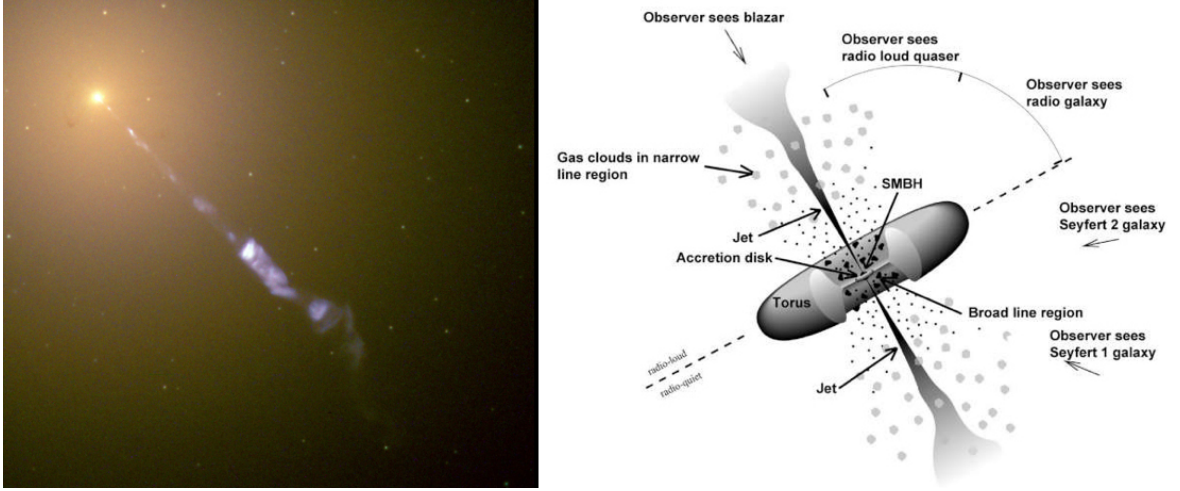


Figura 4.1. *Izquierda:* Imagen del telescopio espacial Hubble del *jet* eyectado del centro de la galaxia M87, donde existe evidencia de un agujero negro supermasivo acreciente. En la imagen, el *jet* se extiende $20''$, lo cual se corresponde a una longitud real de 1.5 kpc. La imagen es una composición de detecciones en los rangos ultravioleta, visible, e infrarrojo. Crédito: NASA and The Hubble Heritage Team (STScI/AURA). *Derecha:* Esquema del modelo de núcleo galáctico activo (AGN). Las galaxias que contienen AGN son denominadas galaxias activas, y brillan intensamente desde frecuencias en radio hasta rayos gamma. La fuente de energía de estos objetos debe ser extrema; se propone que está dominada por la acreción de material caliente por un agujero negro supermasivo. Este material se distribuye formando un disco y un toro de acreción y, mediante procesos de aceleración magnetocentrífugos, parte del mismo es eyectado formando un *jet* relativista. Dependiendo de la posición del observador respecto a la geometría del sistema, estas fuentes se clasifican como blazares, cuásares, galaxias Seyfert, entre otras. Crédito: NASA/DOE/Fermi LAT Collaboration.

a estas nuevas fuerzas de tipo *Lorentz*, pues las partículas se aceleran cerca del horizonte de eventos donde los campos son intensos, además de poseer velocidades relativistas. Tomamos al *jet* en M87 como caso de estudio y, recurriendo a observaciones recientes, restringimos los parámetros libres de STVG. Los resultados de este capítulo se basan en el artículo de Lopez Armengol y Romero (2017b).

4.2. Ecuaciones de movimiento

Para investigar la cinemática de las partículas que conforman los *jets* relativistas en núcleos galácticos activos, presentamos las ecuaciones de movimiento para una partícula en presencia de un agujero negro rotante en la teoría STVG, bajo ciertas aproximaciones.

Para el caso de un agujero negro supermasivo, la masa m_ϕ del campo vectorial ϕ se manifiesta a kiloparsecs de la fuente. Esto se deduce extrapolando los valores estimados para $r_0 = 1/m_\phi$ en galaxias, cuyas masas del orden de magnitud de agujeros negros supermasivos. Por eso, al investigar el movimiento de partículas en las proximidades del agujero negro, aproximamos $\mu = 0$. Físicamente, despreciamos el decaimiento de la fuerza de Yukawa porque la escala donde sucede es mucho mayor a la de nuestro interés. La misma aproximación fue tomada por Moffat (2015) y Hussain y Samil (2015).

Aproximamos el campo escalar G como una constante, y tomamos la misma prescripción que Moffat (2006):

$$G = G_N(1 + \alpha), \quad (4.1)$$

donde α es un parámetro libre que exploramos.

Con estas aproximaciones, ignorando términos de materia S_M , anulando la constante cosmológica Λ y los potenciales de los campos escalares, tomando la constante $\omega = 1$, la acción de STVG (2.3) resulta:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G_\infty} R + \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} \right]. \quad (4.2)$$

Formalmente, esta acción puramente gravitatoria se asemeja a la acción de Einstein-Maxwell, sugiriendo la existencia de efectos gravitatorios tipo Lorentz en STVG.

Variando esta ecuación respecto a la métrica y al campo vectorial, obtenemos sus ecuaciones de campo, derivadas en la Sección 2.2. Más aun, resolviendo estas ecuaciones para el caso de un agujero negro rotante, obtenemos la solución (2.39) para la métrica de Kerr en STVG, y la solución (2.44) para el campo vectorial. En la Figura 4.2 graficamos las componentes del campo antisimétrico $B^{\mu\nu}$ correspondiente a este campo vectorial, generado por un agujero negro en rotación. Siguiendo la construcción de Moffat (2006), las componentes radiales y repulsivas B^{0i} contrarrestan la atracción gravitatoria aumentada. Sin embargo, las componentes de tipo magnético B^{ij} generan fuerzas con componentes polares y azimutales no nulas, totalmente ausentes en GR.

Estas soluciones para la métrica y el campo vectorial se reemplazan en las ecuaciones (2.21) para el movimiento de una partícula de masa m . Estas mismas ecuaciones fueron tratadas en el contexto de la teoría de Einstein-Maxwell (ver Carter 1968; Misner et al., 1973). Recurriendo a estos resultados previos, y reemplazando las cargas eléctricas de la materia por múltiplos de su masa, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales para el movimiento de una partícula alrededor de un agujero negro rotante en STVG:

$$\rho^2 \frac{dr}{ds} = \pm \sqrt{\mathcal{R}(r)}, \quad (4.3)$$

$$\rho^2 \frac{d\theta}{ds} = \pm \sqrt{\Theta(\theta)}, \quad (4.4)$$

$$\rho^2 \frac{d\varphi}{ds} = - \left(\frac{aE}{c^2} - \frac{a}{\sin^2\theta} \right) + \frac{a\mathcal{P}(r)}{\Delta(r)c^2}, \quad (4.5)$$

$$\rho^2 \frac{dt}{ds} = - \frac{a \sin^2\theta}{c^2} \left(\frac{aE}{c^2} - \frac{L}{\sin^2\theta} \right) + \left(r^2 + \frac{a^2}{c^2} \right) \frac{\mathcal{P}(r)}{\Delta(r)c^2}, \quad (4.6)$$

donde hemos utilizado unidades físicas, $s = \tau/m$, a es el momento angular por unidad de masa del agujero negro, E denota la energía de la partícula, y L su momento angular en torno al eje de simetría, siendo estas dos últimas constantes de movimiento, y la función Δ fue definida en Ec. (2.40). Las otras funciones involucradas resultan:

$$\mathcal{R}(r) = \frac{\mathcal{P}^2(r)}{c^2} - \Delta(r) \left(m^2 r^2 c^2 + \mathcal{K} \right), \quad (4.7)$$

$$\Theta(\theta) = \mathcal{Q} - \cos^2\theta \left[a^2 \left(m^2 - \frac{E^2}{c^4} \right) + \frac{L^2}{\sin^2\theta} \right], \quad (4.8)$$

$$\mathcal{P}(r) = E \left(r^2 + \frac{a^2}{c^2} \right) - aL - qQr, \quad (4.9)$$

donde \mathcal{K} es la constante de movimiento de Carter, y \mathcal{Q} es una combinación de constantes. Presentamos expresiones para estas últimas en la siguiente Sección.

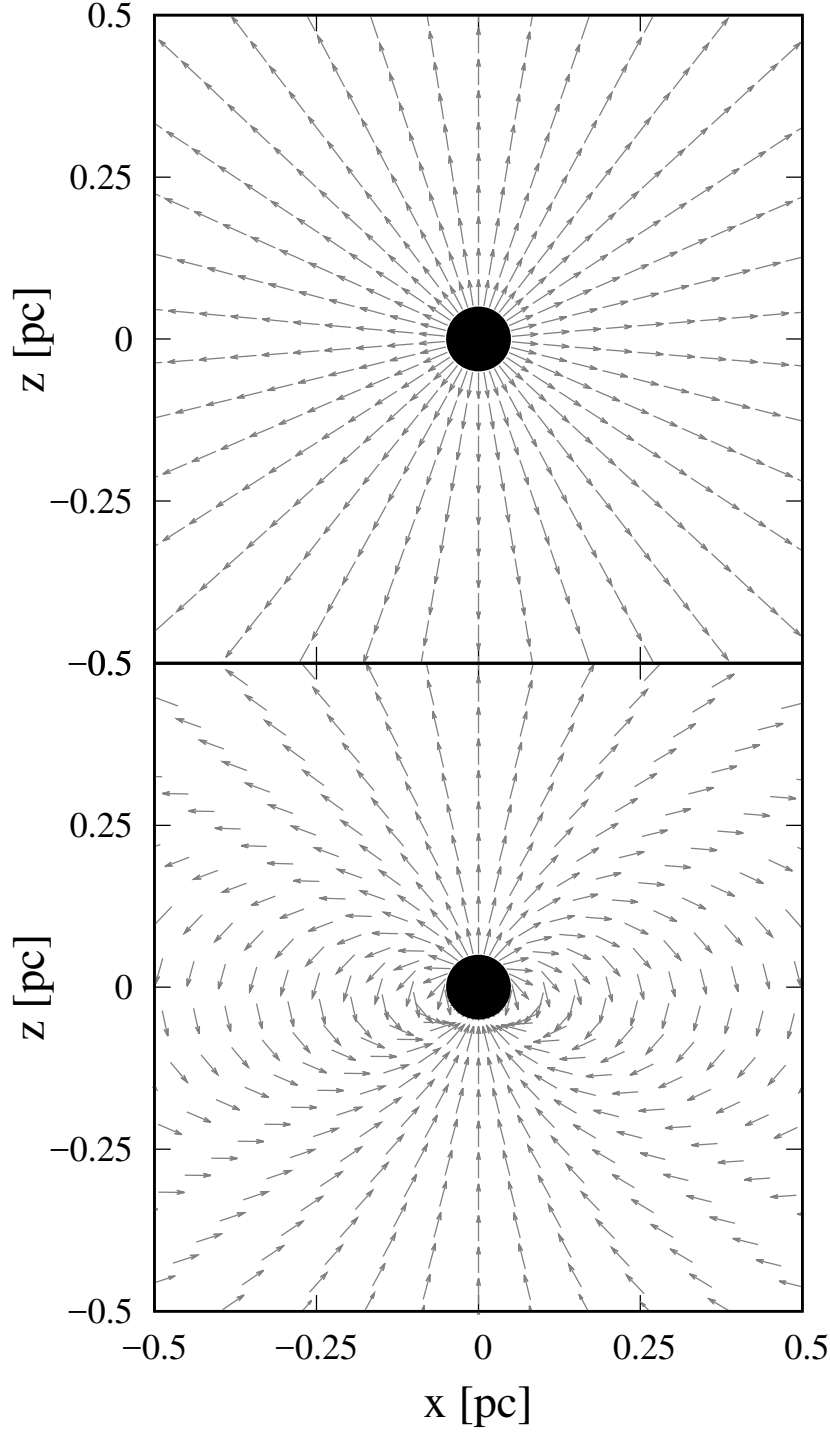


Figura 4.2. Mapas vectoriales de $B^{\mu\nu}$ en el plano $x - z$ de las coordenadas Kerr-Schild. El eje z coincide con la dirección del momento angular del agujero negro. El campo es generado por un agujero negro supermasivo, con masa $M = 6 \times 10^9 M_\odot$, y momento angular $a = 0.9 G_N M / c$. Las líneas de campo están normalizadas a valores apreciables en el esquema. *Arriba:* Componentes gravito-eléctricas B^{0i} . Estas componentes radiales general una fuerza repulsiva que contrarresta la atracción gravitatoria aumentada, recuperando así el movimiento newtoniano en el límite de campo débil. *Abajo:* Componentes gravitomagnéticas B^{ij} . Las líneas de campo tienen una disposición equivalente a las de un dipolo magnético generado por una carga en rotación. Los efectos de estas componentes son propios de STVG, e implican desviaciones significativas con respecto a GR.

4.3. Integración numérica

Desarrollamos un código numérico con el objetivo de integrar el sistema de ecuaciones diferenciales (4.3)-(4.6). El mismo está diseñado para que sus parámetros iniciales sean cantidades observables de *jets* relativistas:

1. Fijamos la geometría del espaciotiempo y el campo vectorial, eligiendo valores para los parámetros M , a , y calculando α . Determinamos los valores de α a partir del parámetro M_0 , explorado extensivamente por Moffat y sus colaboradores (Brownstein y Moffat 2006ab, 2007). Estos últimos se relacionan según:

$$\alpha = \sqrt{\frac{M_0}{M}}. \quad (4.10)$$

2. Elegimos las propiedades intrínsecas de la partícula: su masa m , y la constante de acople con el campo vectorial κ , donde esta cumple $m = \kappa q$. Además, elegimos la posición inicial $(r_0, \theta_0, \varphi_0)$. Sin pérdida de generalidad, elegimos $\varphi_0 = 0$.
3. Luego calculamos valores iniciales para el cuadrimomento $p_\mu = dx_\mu/ds$. Al estar interesados en efectos azimutales del campo vectorial, inicialmente tomamos:

$$p_\varphi = 0. \quad (4.11)$$

Para la componente t , utilizamos la expresión usual:

$$p_t = -mc\gamma\sqrt{g_{tt}}, \quad (4.12)$$

donde γ es el factor de Lorentz local de la partícula, que determinamos a partir de observaciones astronómicas. Los valores iniciales de p_r y p_θ requieren más trabajo, pues dependen del ángulo de eyección θ_{ej} entre la velocidad inicial y el eje de simetría del sistema. El eje z , que coincide con la dirección del momento angular del agujero negro, está bien definido en coordenadas de Kerr-Schild, por eso, utilizando estas coordenadas resolvemos el siguiente sistema de ecuaciones no lineales para las componentes \tilde{p}_x , \tilde{p}_z :

$$\begin{aligned} \cos \theta_{ej} &= \frac{\tilde{p}^i z^j g_{ij}}{\sqrt{\tilde{p}^i \tilde{p}_i} \sqrt{z^i z_i}} = \\ &= \frac{\tilde{p}^x z^x g_{xx} + \tilde{p}^x z^z g_{xz} + \tilde{p}^z z^z g_{zz}}{\sqrt{(\tilde{p}^x)^2 g_{xx} + 2\tilde{p}^x \tilde{p}^z g_{xz} + (\tilde{p}^z)^2 g_{zz}} \sqrt{g_{zz}}}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}^\mu \tilde{p}_\mu &= (p_t)^2 g^{tt} + 2\tilde{p}^x p_t + 2\tilde{p}^z p_t + (\tilde{p}^x)^2 g_{xx} + \\ &+ 2\tilde{p}^x \tilde{p}^z g_{xz} + (\tilde{p}^z)^2 g_{zz} = -m^2 c^2, \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde $z^i = (0, 0, 1)$, utilizamos $\tilde{p}_y = 0$ en consistencia con $p_\varphi = 0$, y tomamos p_t de la Eq. (4.12). Resolvemos el sistema de ecuaciones no lineales aplicando el método de Newton-Raphson (Press et al., 1992), y luego realizamos un cambio de coordenadas a Boyer-Lindquist para obtener las componentes iniciales de p_r y p_θ .

4. Con los valores iniciales de p_μ , calculamos las constantes de movimiento (Carter, 1968):

$$E = -p_t c - q A_t, \quad (4.15)$$

$$L = p_\varphi + q A_\varphi, \quad (4.16)$$

$$\mathcal{K} = p_\theta^2 + \cos^2 \theta \left[a^2 \left(m^2 - \frac{E^2}{c^4} \right) + \frac{L^2}{\sin^2 \theta} \right], \quad (4.17)$$

y la combinación

$$\mathcal{Q} = \mathcal{K} + \left(L - \frac{aE}{c^2} \right)^2, \quad (4.18)$$

donde los potenciales A_t y A_φ fueron definidos en la Ec. (2.44). La masa de la partícula es la cuarta constante de movimiento:

$$m = \sqrt{\frac{-p^\mu p_\mu}{c^2}}. \quad (4.19)$$

La calculamos como una prueba de consistencia, comprobando que coincide con el valor inicial ingresado. Obtenemos resultados correctos de esta prueba.

5. Finalmente, integramos las ecuaciones (4.3)-(4.6) numéricamente, aplicando un método de Runge-Kutta de cuarto orden (Press et al., 1992).
6. Basados en la expresión de Crawford y Terreno (2002), calculamos durante la evolución el factor de Lorentz local γ según lo mide un observador con momento angular nulo, de cuadrivelocidad $u_\mu \rightarrow (u_t, \vec{0})$.

4.4. Resultados

Aplicamos el código descrito en la Sección anterior al caso del agujero negro supermasivo en M87 y su *jet* relativista (ver observaciones astronómicas del mismo en Figura 4.3). Fijamos $M = 6 \times 10^9 M_\odot$ y $a = 0.9 G_N M / c$, como estiman Gebhardt et al. (2011) y Li et al. (2009), respectivamente.

Las propiedades geométricas del espaciotiempo, como el radio del horizonte de eventos, dependen directamente de α . A partir de observaciones reportadas por Broderick et al. (2015), el radio de M87*, el agujero negro supermasivo en el centro de M87, es como máximo $8 G_N M / c^2$. Esta estimación implica una cota superior para M_0 y consecuentemente, para α :

$$M_0 \lesssim 10^{11} M_\odot, \quad (4.20)$$

pues, a partir de la Ec. (2.42) para el horizonte de eventos de un agujero negro de STVG-Kerr, el tamaño del horizonte de eventos es proporcional a estos parámetros en STVG.

En el primer conjunto de corridas, fijamos $M_0 = 10^{11} M_\odot$ y exploramos los valores de la constante de acople $\kappa_1 = 10^2 \sqrt{\alpha G_N}$, $\kappa_2 = 10^3 \sqrt{\alpha G_N}$, y $\kappa_3 = 10^4 \sqrt{\alpha G_N}$, donde $\sqrt{\alpha G_N}$ es la prescripción original de Moffat para κ . Para la partícula de prueba, fijamos $m = 1$ g por simplicidad, y la posición inicial $r_0 = 140 G_N M / c^2$, $\theta_0 = 0.18$, $\varphi_0 = 0$, y un factor de Lorentz inicial $\gamma = 2$. Estos parámetros están basados en estimaciones observacionales recientes (Mertens et al., 2016).

También exploramos distintos valores para el ángulo de eyección: $\theta_{ej}^A = 0$ y $\theta_{ej}^B = 0.3$, que referimos como *caso A* y *caso B*, respectivamente. En la Figura 4.4 mostramos la disposición de las velocidades iniciales, con respecto al campo gravitomagnético en el mismo punto. A partir de esta distribución y debido a fuerzas gravitomagnéticas, esperamos signos opuestos para la velocidad angular ω_φ de la partícula.

En la Figura 4.5 graficamos la velocidad angular en φ , ω_φ , definida como el cociente entre $d\varphi/ds$ y dt/ds , en función de la coordenada z . Encontramos desviaciones significativas respecto a GR. En el caso A, la rotación en φ se incrementa por la fuerza gravitomagnética. Por el contrario, en el caso B, inicialmente obtenemos valores negativos para ω_φ . Este comportamiento opuesto se debe a la distribución de las velocidades iniciales respecto al campo gravitomagnético, y al hecho que las fuerzas magnéticas se cuantifican por un producto

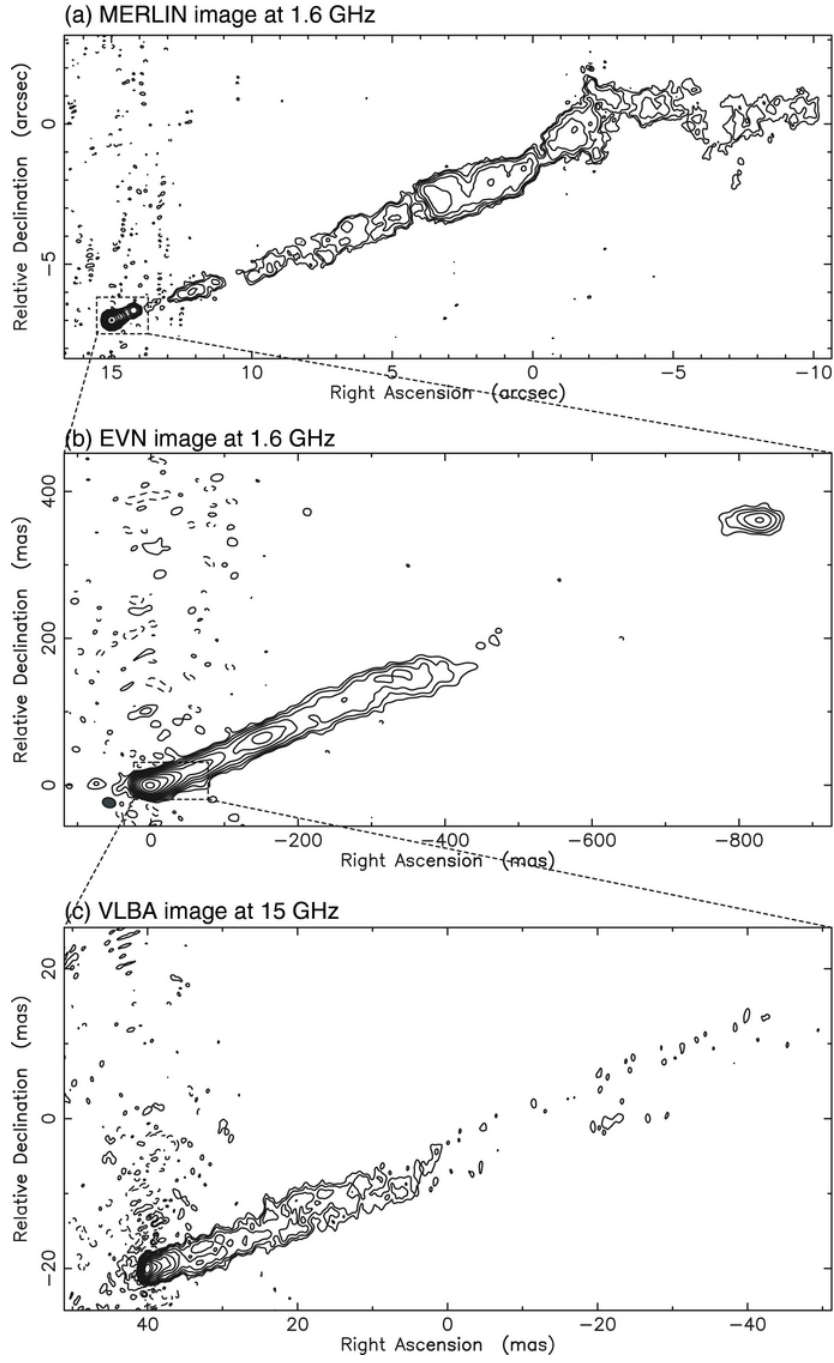


Figura 4.3. Imágenes del *jet* en la galaxia M87, tomadas por los arreglos VLBI: (a) MERLIN, (b) EVN, (c) VLBA. En estas imágenes, 1 mas equivale aproximadamente a 0.003 pc de distancia real, desproyectada. El centro brillante de la galaxia, en la esquina inferior izquierda, es detectado por todos los telescopios. La componente aislada, ubicada a ~ 900 mas del centro en ascensión recta es la sobredensidad llamada HST-1. Por otro lado, es notable la emisión ininterrumpida del *jet* hasta ~ 500 mas en ascensión recta, en la imagen de EVN. Crédito: Asada & Nakamura (2012).

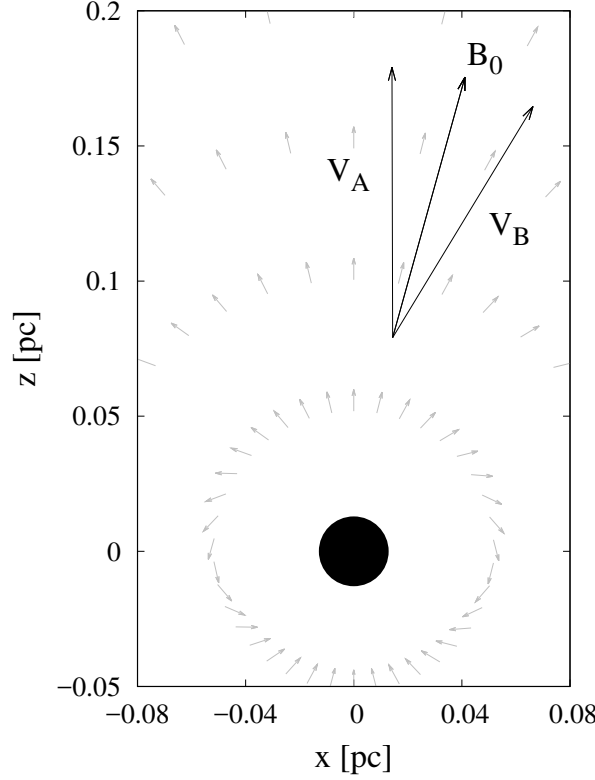


Figura 4.4. Disposición inicial de las velocidades para los casos A y B, junto a la línea de campo gravitomagnético B_0 en el mismo punto. Además, se incluyen las líneas del campo gravitomagnético en otros puntos, mostrando su naturaleza dipolar, e incluimos un esquema del agujero negro central. Debido a las fuerzas gravitomagnéticas, esperamos signos opuestos para la velocidad angular ω_φ en ambos casos.

vectorial. Es decir, prestando atención a la Figura 4.4, notamos que el sentido de la fuerza gravitomagnética es ortogonal a la superficie de la hoja, pero con sentidos opuestos para los casos A y B. Esto explica el comportamiento de las velocidades angulares ω_φ para los distintos casos.

En la Figura 4.6 graficamos las trayectorias en el plano $x - z$ para ambos casos, junto a las líneas de campo gravitomagnético. La región sombreada representa el *jet* relativista de M87, con ángulo de apertura $\theta \sim 0.18$ (Mertens, et al., 2016). A lo largo de la trayectoria de las partículas, las líneas del campo gravitomagnético rotan y cambian su disposición respecto a la velocidad de la partícula. Es así como, incluso para el caso B, ω_φ crece para mayores valores de z .

Incrementando el valor de κ , la repulsión gravitatoria, mediada por las componentes gravitoelectricas del campo vectorial, también aumenta. En la Figura 4.8 graficamos la variación del factor de Lorentz γ de la partícula con el tiempo, y notamos el incremento de sus máximos con κ . Es decir, en el régimen de campo fuerte de STVG, las partículas son repelidas con una intensidad que depende directamente de κ . La fuente de energía para tal repulsión se debe al segundo término, de energía potencial, de la Ecuación (4.15). Esto puede utilizarse para invocar un rol protagonista de la gravedad en la aceleración del *jet*.

Sin embargo, hay restricciones observacionales para las velocidades del *jet* en M87. El máximo valor de γ , estimado por Mertens et al. (2016), corresponde a la parte interna del *jet* y es $\gamma \sim 10$. Luego, basados en la Fig. 4.7, tomamos la cota superior:

$$\kappa \leq 10^3 \sqrt{\alpha G_N}. \quad (4.21)$$

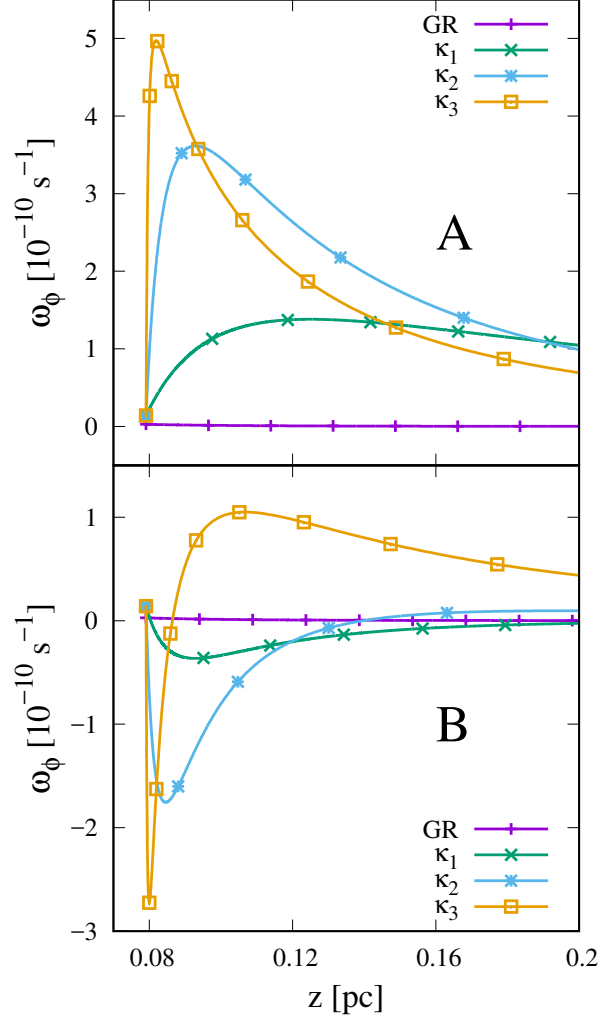


Figura 4.5. *Arriba:* Velocidad angular ω_ϕ como función de z para el caso A. El máximo valor de ω_ϕ crece con κ , como consecuencia del incremento en las fuerzas gravitomagnéticas con este parámetro. La velocidad angular decae porque la velocidad de las partículas se alinea con las líneas de campo, anulando las fuerzas gravitomagnéticas. *Abajo:* Velocidad angular ω_ϕ como función de z para el caso B. Inicialmente, ω_ϕ es negativa debido a las fuerzas gravitomagnéticas. Estas fuerzas están ausentes en GR, donde $\omega_\phi > 0$ debido a efectos espacio-temporales de arrastre. El comportamiento de ω_ϕ se debe a la disposición relativa de la velocidad de la partícula y las líneas de campo gravitomagnéticas.

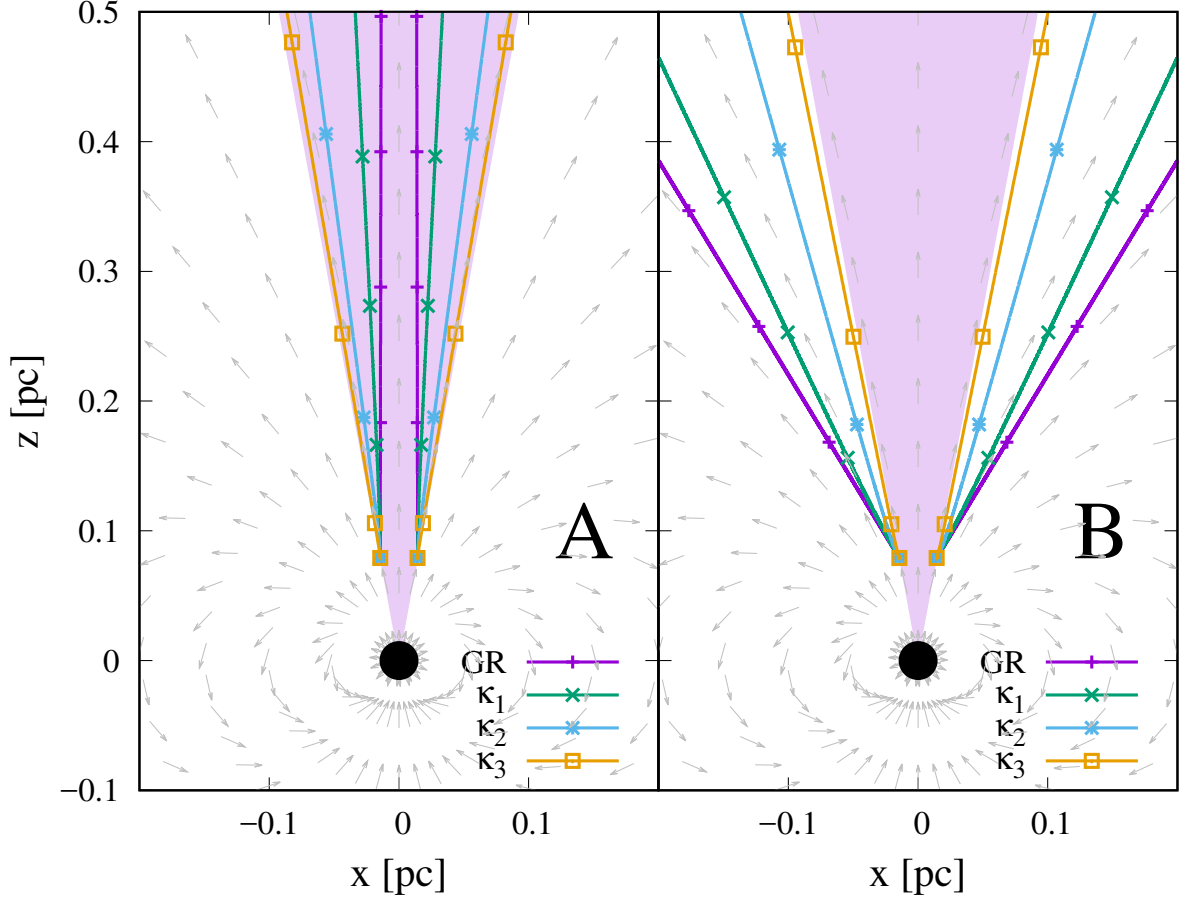


Figura 4.6. *Izquierda:* Proyección $x - z$ de las trayectorias para distintos valores de κ , para partículas inicialmente eyectadas en dirección del eje de simetría (caso A). Notamos cómo las fuerzas gravitomagnéticas desvían las trayectorias en θ . *Derecha:* Mismo gráfico para el caso B, con ángulo de eyección $\theta_{ej}^B = 0.3$. Las fuerzas gravitomagnéticas contribuyen a la colimación del jet, desviando las partículas hacia el eje de simetría. Las regiones sombreadas representan el *jet* relativista de M87, incluimos líneas de campo gravitomagnético en distintas posiciones, mostrando su naturaleza dipolar, e incluimos un esquema del agujero negro central para mostrar su posición.

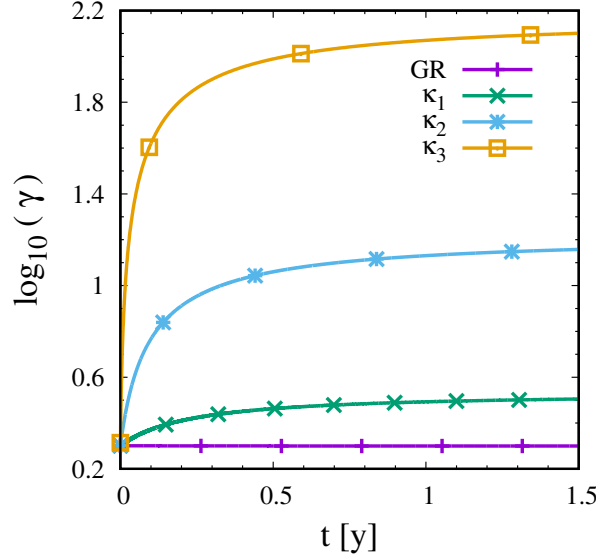


Figura 4.7. Factor de Lorentz local γ para partículas, en el caso A, en función del tiempo t en unidades de años (*years*), para distintos valores de κ . Vemos cómo el incremento de la repulsión gravitoelectrónica con κ implica la aceleración de las partículas y el incremento de γ . Utilizamos estos resultados para limitar el valor de κ , basados en las observaciones del *jet* en M87. Las partículas del caso B presentan resultados similares.

Volviendo a la Fig. 4.6, aquí también notamos los efectos de las componentes gravitoelectrónicas y magnéticas en la desviación de las partículas de prueba. Las fuerzas repulsivas aceleran las partículas en la dirección radial, llevando las trayectorias hacia el eje de simetría para el caso B. Por el contrario, las trayectorias se alejan del eje de simetría en el caso A. Ambos efectos se explican por la creciente aceleración radial. Además, este efecto de deflexión es acentuado por las fuerzas gravitomagnéticas ya que, por ejemplo el caso A, cuando las partículas adquieren velocidades angulares positivas, una fuerza gravitomagnética de segunda generación actúa en la dirección polar, alejándolas del eje de simetría. En el caso B, lo opuesto sucede. Así, las fuerzas gravitomagnéticas pueden contribuir considerablemente a la colimación del *jet*, pues son casi verticales (dirección del eje z) en la base del mismo.

En un segundo conjunto de corridas, exploramos los valores $M_0 = 10^{10}M_\odot$, $10^{11}M_\odot$ y $10^{12}M_\odot$. El último viola la restricción (4.20), pero la incluimos como prueba de consistencia de nuestros resultados. Estos valores para M_0 implican los valores aproximados de $\alpha \approx 4$, 13, y 40. Notar que, dentro de estos valores, incluimos $\alpha \sim 9$, como determinaron Moffat y Rahvar (2013) y que es utilizado frecuentemente en la literatura. Para estas simulaciones, tomamos la prescripción de Moffat $\kappa = \sqrt{\alpha G_N}$, y elegimos $\theta_{ej} = 0$, es decir, las partículas son eyectadas en dirección del eje z . El resto de los parámetros se mantienen invariantes respecto al primer conjunto de corridas.

Encontramos que los efectos de las fuerzas de Lorentz gravitatorias son despreciables, y asociamos esto a que κ es muy pequeño para todos estos casos. Sin embargo, encontramos otras desviaciones en las propiedades cinemáticas de las partículas. En la Figura 4.8 graficamos el factor de Lorentz γ en función del tiempo, y encontramos que decrece para mayores α . Luego, incluso con la prescripción de Moffat para κ , la atracción gravitatoria prevalece sobre la repulsión y de una forma en que no recuperamos las predicciones de GR.

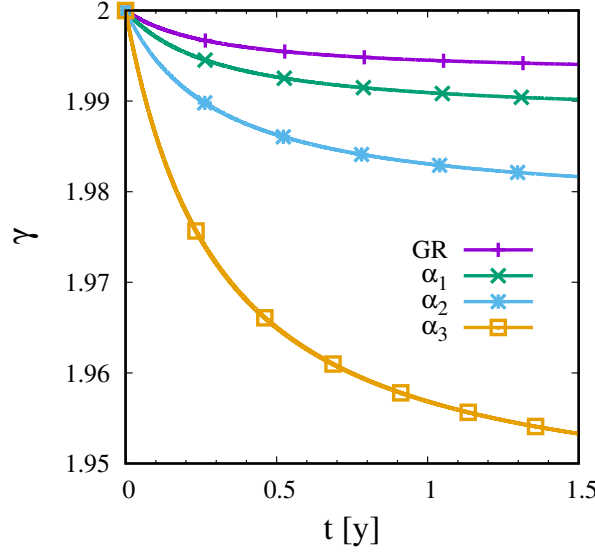


Figura 4.8. Factor de Lorentz local γ para distintos valores de α , en función del tiempo t . Aunque tomamos la prescripción de Moffat para $\kappa = \sqrt{\alpha G_N}$, notamos que STVG difiere de GR en la proximidad de agujeros negros, donde la gravedad es fuerte. Esto era de esperar, pues la dependencia de la geometría del espaciotiempo con α es altamente no lineal. Notamos que los valores mínimos de γ son menores para mayores valores de α , mostrando que la atracción aumentada prevalece sobre la repulsión.

4.5. Discusión

Investigamos las trayectorias de las partículas en el espaciotiempo de STVG-Kerr. Encontramos que STVG no coincide con GR en el régimen de campo fuerte. Frente a los problemas actuales para explicar la formación de los *jets* astrofísicos, sin embargo, algunas de estas desviaciones resultan atractivas.

El caso de M87 y su *jet* relativista es de particular interés, ya que este último ha sido resuelto en escalas de 100-1000 radios de Schwarzschild (Mertens et al., 2016). Observaciones de VLBI, en 43 GHz, revelan que inicialmente el *jet* se expande con un perfil parabólico (Asada y Nakamura, 2012), para después transformarse en una forma cónica a una distancia proyectada de ~ 350 msa (2 msa ≈ 0.16 pc). El radio del *jet* crece con la distancia a la fuente central según $r_{\text{jet}} \propto z^{0.6}$, donde r_{jet} es el radio cilíndrico del *jet*, con oscilaciones significativas que pueden ser reflejo de inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Las observaciones también revelan la estructura del jet, con una componente exterior y lenta, y otra interior y rápida (Mertens et al., 2016).

Más aún, el *jet* de M87 es el primero donde la rotación ha sido observada directamente. El *jet* rota en sentido horario en su base, y pero la componente externa rota en sentido antihorario lejos del agujero negro. Suponiendo conservación de la energía y del momento angular, y suponiendo movimiento kepleriano en el disco de acreción del sistema, Mertens et al. (2016) estimaron una velocidad de rotación $\omega_\varphi \sim 10^{-6} \text{ s}^{-1}$.

En la región de lanzamiento del jet, los efectos de las fuerzas gravitomagnéticas son críticos. Conjeturamos que la rotación observada se debe a las mismas. Para comprobar la viabilidad de esta conjetura, corremos nuestro código con la siguiente configuración: $r_0 = 5R_S$, $M_0 = 10^{10}M_\odot$, $\kappa_1 = 10^1\sqrt{\alpha G_N}$, $\kappa_2 = 10^2\sqrt{\alpha G_N}$, $\kappa_3 = 10^3\sqrt{\alpha G_N}$, y ángulo de eyección grande, como se espera del proceso de aceleración de *jets* de Blandford and Payne (1982) (ver también Spruit, 2010). Las trayectorias $x - z$ resultantes, para distintos valores de κ , se muestran en la Figura 4.9. En esta Figura, la región sombreada es la forma del jet, según

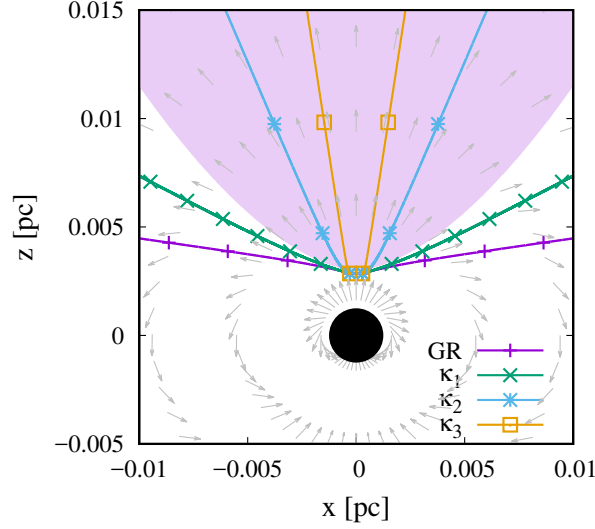


Figura 4.9. Proyección $x - z$ de las trayectorias, para distintos valores de κ , en la región de lanzamiento del *jet*. La región sombreada representa el *jet* de M87, según la parametrización de Mertens et al. (2016). En el esquema, vemos cómo las fuerzas gravitomagnéticas contribuyen a la colimación del *jet*.

la parametrización de Mertens, et al. (2016). Notamos cómo los efectos gravitomagnéticos contribuyen a la colimación del *jet*.

En la Figura 4.10 graficamos la velocidad angular ω_φ como función de z , para los distintos valores de κ . Podemos apreciar que, inicialmente, las fuerzas gravitomagnéticas ocasionan velocidades angulares negativas. Sin embargo, como mencionamos en la Sección anterior, al rotar las líneas de campo a lo largo de la trayectoria de la partícula las fuerzas gravitomagnéticas cambian de signo en la dirección azimutal, y contribuyen a que ω_φ sea positiva. Es notable que la distancia a la cual la rotación del *jet* se invierte, y el orden de magnitud de ω_φ , son consistentes con los resultados de las observaciones y modelos fenomenológicos de Mertens et al. (2016).

El modelo magnético estándar para la formación de *jets* relativistas posee condiciones contrarias para la colimación y aceleración del *jet*, ya que requieren distintos ángulos de inclinación para las líneas de campo magnético. Por este motivo, es usual recurrir a agentes externos para explicar la colimación. Por ejemplo, Spruit et al. (1997) proponen un mecanismo basado en los efectos de un campo magnético dipolar. Ya que el campo gravitomagnético de STVG es independiente del campo magnético estándar, puede utilizarse como tal agente externo.

Esta discusión sugiere que la gravedad, a través de STVG, puede participar activamente en la formación de *jets* astrofísicos. Debemos mencionar, sin embargo, que ya se han postulado argumentos similares para el caso de GR. Por ejemplo, de Felice y Calvani (1972) investigaron los rangos de variación permitidos para la coordenada θ en las geodésicas del espaciotiempo de Kerr. Encontraron un conjunto de geodésicas de partículas libres que presentan trayectorias espirales en torno al eje de simetría, y que nunca cruzan el plano ecuatorial. Designaron a estas geodésicas como *órbitas vorticales*. Más aún, de Felice y Curir (1992) mostraron que la perturbación de ciertas órbitas vorticales conlleva la colimación en torno al eje de simetría.

Para verificar si STVG es más adecuada que GR para explicar la formación de *jets*, comparemos la cantidad de órbitas vorticales en sus respectivos espaciotiempos de Kerr. Adaptamos las condiciones de de Felice y Calvani (1972) para órbitas vorticales en el espaciotiempo de Kerr estándar al espaciotiempo de STVG-Kerr. Teniendo en cuenta las ecuaciones de movi-

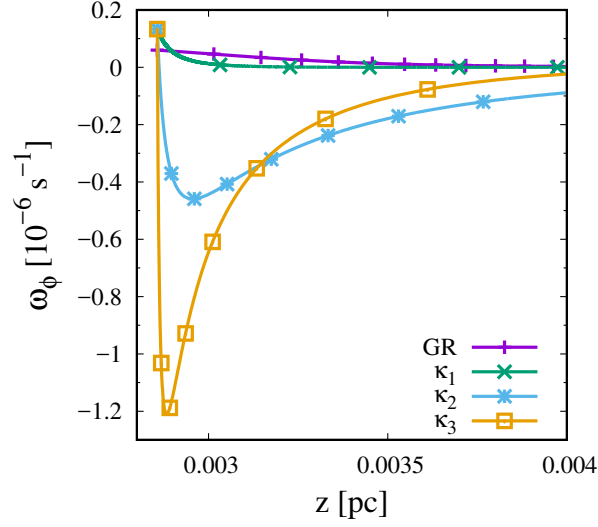


Figura 4.10. Velocidad angular ω_φ para partículas eyectadas con un ángulo de eyección alto, en la región de lanzamiento del *jet*. El comportamiento de ω_φ se relaciona con la disposición relativa de las líneas de campo gravitomagnético y con la velocidad de la partícula a lo largo de su trayectoria. Estos efectos están ausentes en GR, donde las partículas rotan en φ debido a efectos de arrastre gravitacional.

miento modificadas (4.3)-(4.6), y encontramos las nuevas condiciones:

$$\Gamma > 0, \quad (4.22)$$

$$-a^2\Gamma \leq \mathcal{Q} + L^2 \leq a^2\Gamma, \quad (4.23)$$

$$L^2 + \mathcal{Q} \leq L^2 \leq \frac{(a^2\Gamma + L^2 + \mathcal{Q})^2}{4a^2\Gamma}, \quad (4.24)$$

donde $\Gamma = E^2/c^4 - m^2$.

Explorando distintos ángulos iniciales θ_0 , y ángulos de eyección θ_{ej} , analizamos la cantidad de órbitas vorticales en ambas teorías. En la Figura 4.11 graficamos el espacio de parámetros $\theta_0 - \theta_{ej}$, y sombreamos las regiones que incluyen órbitas vorticales. Como podemos ver, la cantidad de estas órbitas crece con κ . Esto era de esperar, pues vimos cómo las fuerzas gravitomagnéticas contribuyen a la colimación de las trayectorias, y las fuerzas gravitoelectricas a la aceleración radial. Por este motivo, argumentamos que STVG es más apropiada que GR para explicar la formación de *jets* a través de la interacción gravitatoria.

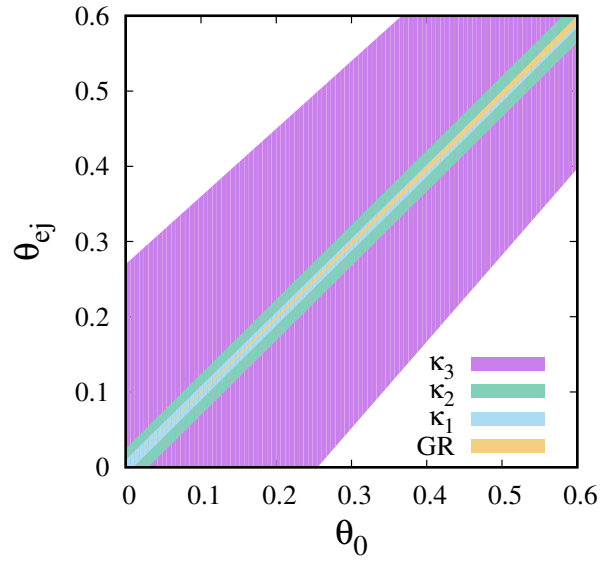


Figura 4.11. Espacio de parámetros $\theta_0 - \theta_{ej}$, donde las regiones con órbitas vorticales han sido sombreadas. STVG admite una mayor cantidad de estas órbitas que GR, siendo la diferencia creciente con κ .

Capítulo 5

Discos de acreción en STVG

5.1. Introducción

La naturaleza atractiva de la gravedad conlleva la acreción o caída de partículas hacia objetos masivos. En general dichas partículas poseen momento angular no nulo y describen órbitas excéntricas. En los casos en que el material acrecido sea un gas, conformado por muchas partículas, estas pierden energía cinética a través del calentamiento por colisiones y enfriamiento radiativo. Así, las partículas migran a órbitas de menor energía que, manteniendo su momento angular constante, serán órbitas circulares.

En los casos de potenciales gravitatorios axialmente simétricos, el material se acumula en el plano ecuatorial del sistema. Esta compresión conlleva el aumento de su presión interna. Del equilibrio entre las fuerzas centrífugas por la rotación, la atracción gravitatoria central, y las presiones internas, se forma una estructura axialmente simétrica que en general llamamos *disco de acreción* (ver Pringle, 1981).

Los discos de acreción presentan perfiles de rotación diferencial, provocando fricción y turbulencia interna que pueden calentar al material hasta millones de grados Kelvin, brillando en el óptico, ultravioleta, y rayos X. La consecuente pérdida de energía por procesos radiativos hace que las partículas migren a órbitas más internas hasta ser acrecidas por el objeto central. El momento angular de las partículas, por otro lado, es transferido a las regiones externas del disco. Dada la naturaleza del objeto central, el mecanismo por el cual se transfiere masa al sistema, la composición del gas, los procesos radiativos que enfrían el sistema, y los procesos viscosos que transfieren momento angular al exterior del disco, existe una amplia variedad de discos de acreción en el Universo (ver Abramowicz y Fragile, 2013).

Para el caso en que el objeto central es un agujero negro, distinguimos dos sistemas: los *cuásares* y los *microcuásares* (ver Figura 5.1 por estos últimos). Los primeros se encuentran en los centros de ciertas galaxias, donde el agujero negro es supermasivo (su masa M se encuentra en el rango $10^6 M_\odot < M < 10^9 M_\odot$), y constituyen las fuentes de energía más estables y potentes del Universo. Por otro lado, los microcuásares están constituidos por agujeros negros de masa estelar (con masa $M \sim 10 M_\odot$) y los identificamos, en nuestra misma Galaxia, como binarias de rayos X.

En este capítulo, construimos discos de acreción delgados y fríos, pues suponemos que son ópticamente gruesos y que la eficiencia de enfriamiento por radiación es alta, en torno a agujeros negros de masa estelar y supermasivos en la teoría STVG. Calculamos la temperatura de dichos discos, y la distribución espectral de la energía emitida. Comparamos nuestros resultados con las predicciones de GR, y discutimos la viabilidad de STVG en este régimen de campo fuerte. Los resultados de este capítulo se basan en el artículo de Pérez et al. (2017), en el cual el doctorado ha realizado los cálculos numéricos.



Figura 5.1. A la *izquierda*, una porción del cielo en el óptico, donde la binaria de rayos-X llamada Cygnus X-1 ha sido bordeada con un cuadrado rojo. Cygnus X-1 es un famoso microcuásar de nuestra Galaxia. Como representa el esquema de la *derecha*, Cygnus X-1 está compuesto por una estrella supergigante azul que transfiere masa a un agujero negro de masa $14 M_{\odot}$. El material transferido, antes de ser acrecido por el agujero negro, forma un disco caliente que emite en rayos X. Otras partículas pueden ser eyectadas por el eje de rotación del agujero negro, formando un *jet* relativista. Crédito: NASA/CXC (rayos-X), Digitized Sky Survey (óptico).

5.2. Órbitas circulares en torno a agujeros negros en STVG

Para calcular las trayectorias circulares próximas a agujeros negros en STVG, recurrimos a las mismas aproximaciones de campo fuerte de los capítulos anteriores. En particular, despreciamos la masa m_{ϕ} del campo vectorial ϕ , ya que esta se manifiesta a escalas mucho mayores que la de las dimensiones del sistema de interés. La misma aproximación fue tomada por Moffat (2015) y Hussain y Jamil (2015). Aproximamos el campo escalar G como una constante, y tomamos la misma prescripción que Moffat (2006):

$$G = G_N(1 + \alpha), \quad (5.1)$$

donde G_N es la constante gravitacional de Newton, y α es un parámetro de la teoría que exploramos. Por último, despreciamos los potenciales de los campos escalares y vectoriales.

De esta forma, la métrica y las ecuaciones de movimiento de las partículas de prueba son equivalentes al caso del espaciotiempo de Kerr-Newman en GR, donde la interacción electromagnética debe ser reemplazada por la interacción con el campo vectorial ϕ que se acopla a la materia. De esta equivalencia, y siguiendo la derivación del caso de Kerr-Newman de Misner et al. (1973), el movimiento radial de una partícula de prueba de masa m en el plano ecuatorial $\theta = \pi/2$ en un espaciotiempo de Kerr en STVG satisface la siguiente ecuación de conservación de la energía:

$$\chi(r, \alpha)E^2 - 2\beta(r, L, \alpha)E + \gamma_0(r, L, \alpha) + r^4(p^r)^2 = 0, \quad (5.2)$$

donde E es la energía de la partícula, p^r su momento radial, y

$$\chi(r, \alpha) = \left(r^2 + \frac{a^2}{c^2} \right)^2 - \Delta \frac{a^2}{c^2}, \quad (5.3)$$

$$\beta(r, L, \alpha) = \left(L \frac{a}{c} + \frac{\alpha G_N m M r}{c} \right) \left(r^2 + \frac{a^2}{c^2} \right) - L \frac{a}{c} \Delta, \quad (5.4)$$

$$\gamma_0(r, L, \alpha) = \left(L \frac{a}{c} + \frac{\alpha G_N m M r}{c} \right)^2 - \Delta L^2 - c^2 r^2 m^2 \Delta, \quad (5.5)$$

donde hemos utilizado coordenadas físicas, M es la masa del agujero negro, a es el momento angular por unidad de masa del agujero negro, L denota el momento angular de la partícula de prueba, y Δ ha sido definida en la Ec. (2.40). La solución de la Ec. (5.2) es:

$$E = \frac{\beta(r, L, \alpha) + \sqrt{\beta(r, L, \alpha)^2 - \chi(r, \alpha)\gamma_0(r, L, \alpha) - \chi(r, \alpha)r^4 p^2}}{\chi(r, \alpha)}. \quad (5.6)$$

Al estar sólo interesados en órbitas circulares, reemplazamos $p^r = 0$ en la última ecuación. Las regiones de movimiento permitidas para una partícula de prueba con energía E en infinito, son aquellas donde $V(r) \leq E$, y los puntos de retorno ($p^r = 0$) donde $V(r) = E$. Luego, derivamos una expresión para el potencial efectivo $V(r, L, \alpha)$:

$$V(r, L, \alpha) = \frac{\beta(r, L, \alpha) + \sqrt{\beta(r, L, \alpha)^2 - \chi(r, \alpha)\gamma_0(r, L, \alpha)}}{\chi(r, \alpha)}. \quad (5.7)$$

Calculamos los radios de las órbitas circulares resolviendo la ecuación:

$$\frac{dV(r, L, \alpha)}{dr} = 0, \quad (5.8)$$

para valores de L y α fijos.

Hasta aquí, derivamos un método para calcular la coordenada radial de las órbitas circulares estables para un agujero negro de Kerr en STVG. Específicamente, para la construcción del disco, nos interesa conocer el radio de la última órbita circular estable (ISCO, por sus siglas en inglés). Para realizar nuestros cálculos, expresamos el potencial efectivo en términos de las siguientes cantidades adimensionales:

$$x = \frac{r}{r_g}, \quad (5.9)$$

$$\tilde{a} = \frac{a}{r_g}, \quad (5.10)$$

$$\tilde{L} = \frac{L}{m c r_g} \quad (5.11)$$

donde $r_g = G_N M / c^2$ es el radio gravitacional clásico. Con estas substituciones, las expresiones (2.40), (5.3), (5.4), y (5.5) quedan:

$$\tilde{\Delta}(x, \alpha) = x^2 - 2x(1 + \alpha) + \tilde{a}^2 + \alpha(1 + \alpha), \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}(x, \tilde{L}, \alpha) &= \left(\tilde{L} \tilde{a} + \alpha x \right) (x^2 + \tilde{a}^2) \\ &- \tilde{L} \tilde{a} (1 + \alpha)^2 \tilde{\Delta}(x, \alpha), \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_0(x, \tilde{L}, \alpha) &= \left(\tilde{L} \tilde{a} + \alpha x \right)^2 \\ &- (x^2 + \tilde{L}^2)(1 + \alpha)^2 \tilde{\Delta}(x, \alpha), \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\tilde{\chi}(x, \alpha) = (x^2 + \tilde{a}^2)^2 - (1 + \alpha)^2 \tilde{\Delta}(x, \alpha) \tilde{a}^2. \quad (5.15)$$

Cuadro 5.1. Valores relevantes para nuestros modelos de agujeros negros de masa estelar y supermasivos. El momento angular \tilde{a} está normalizado $\tilde{a} = a/r_g$, donde a tiene unidades de distancia.

Parámetros, símbolos [unidad]	Masas estelares	Supermasivos
Masa, $M [M_\odot]$	14.8	10^8
Momento angular, \tilde{a}	0.99	0.99
Tasa de acreción, $\dot{M}_0 [\dot{M}_{\text{Edd}}]$	2.53	0.5

Ahora, necesitamos estimar los rangos de valores permitidos para el parámetro α . Diferenciaremos rangos para el caso de agujeros negros de masa estelar y supermasivos, ya que el valor de α depende de la masa de la fuente del campo gravitatorio.

En el rango de agujeros negros de masa estelar, en la expresión (3.24) encontramos la cota:

$$\alpha < 0.1. \quad (5.16)$$

Para agujeros negros supermasivos ($10^7 M_\odot \leq M \leq 10^9 M_\odot$), estimamos:

- *Límite inferior:* para cúmulos globulares, con masas de $10^4 M_\odot \leq M \leq 10^6 M_\odot$, Moffat y Toth (2008) encuentran que $\alpha = 0.03$.
- *Límite superior:* Brownstein y Moffat (2006b) restringen el parámetro α ajustando curvas de rotación de galaxias enanas con masas de $1.9 \times 10^9 M_\odot \leq M \leq 3.4 \times 10^{10} M_\odot$, obteniendo:

$$2.47 \leq \alpha \leq 11.24. \quad (5.17)$$

Ya que la masa de agujeros negros supermasivos se encuentra entre la masa de cúmulos globulares, y la masa de galaxias enanas, tomaremos para ellos:

$$0.03 < \alpha < 2.47. \quad (5.18)$$

Dados los rangos (5.16) y (5.18), procedemos a calcular el radio de la ISCO para agujeros negros de Schwarzschild y de Kerr en STVG. Caracterizamos los agujeros negros de masa estelar y supermasivos según los valores de la Tabla 5.1. Allí, para agujeros negros de masa estelar, tomamos los valores de la conocida fuente Cygnus X-1 (Orosz et al., 2011; Gou et al., 2011).

En las Figuras 5.2 y 5.3 graficamos el potencial efectivo en función de la coordenada radial para el espaciotiempo de Schwarzschild en STVG, para agujeros negros de masa estelar y supermasivos, respectivamente. En ambos casos, y para todos los valores de $\alpha > 0$, el radio de la ISCO es mayor en STVG que en GR. Esta diferencia es menor para agujeros negros de masa estelar: 7 % como máximo. Para agujeros negros supermasivos, sin embargo, el radio de la ISCO en STVG puede valer hasta $16.44 r_g$; un desvío de 174 % respecto al caso de GR. Esto se debe a que el rango de α explorado para el caso de agujeros negros supermasivos, es mayor.

El radio de la ISCO para agujeros negros de Kerr también crece con el parámetro α de STVG (ver Figs. 5.4, y 5.5). Para agujeros negros de masa estelar, crece hasta un 49 % con respecto al caso de GR; y para agujeros negros supermasivos, hasta 716 % para $\alpha = 2.45$.

A continuación, tomamos estos valores del radio de la ISCO para construir modelos de discos de acreción delgados en STVG.

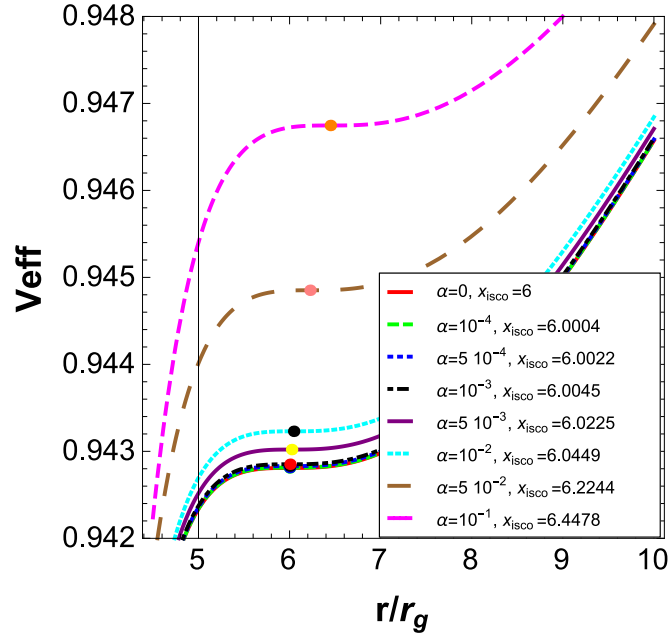


Figura 5.2. Potencial efectivo en función de la coordenada radial para distintos valores de α , en el caso de agujeros negros de Schwarzschild de masa estelar en STVG. Aquí, $x_{\text{isco}} = r_{\text{isco}}/r_g$, donde r_{isco} es el radio de la ISCO, marcado con puntos sobre cada curva del V_{eff} .

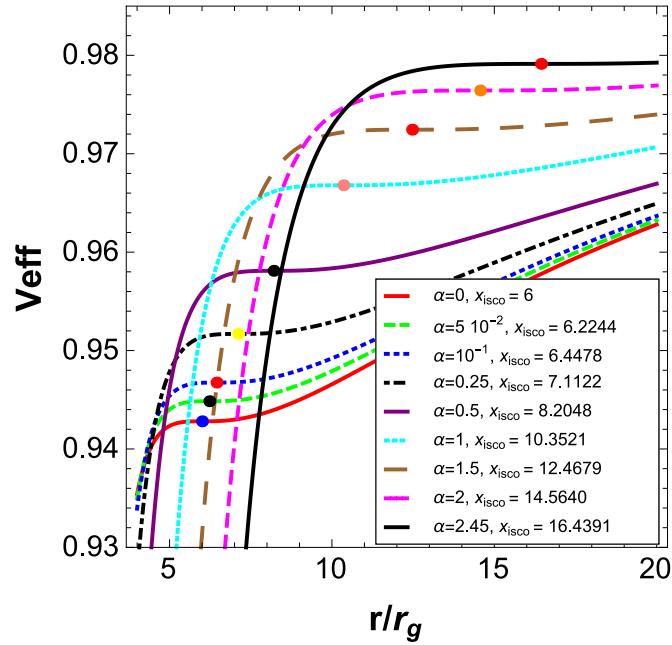


Figura 5.3. Potencial efectivo en función de la coordenada radial para distintos valores de α , en el caso de agujeros negros de Schwarzschild supermasivos en STVG. Aquí, $x_{\text{isco}} = r_{\text{isco}}/r_g$, donde r_{isco} es el radio de la ISCO, marcado con puntos sobre cada curva del V_{eff} .

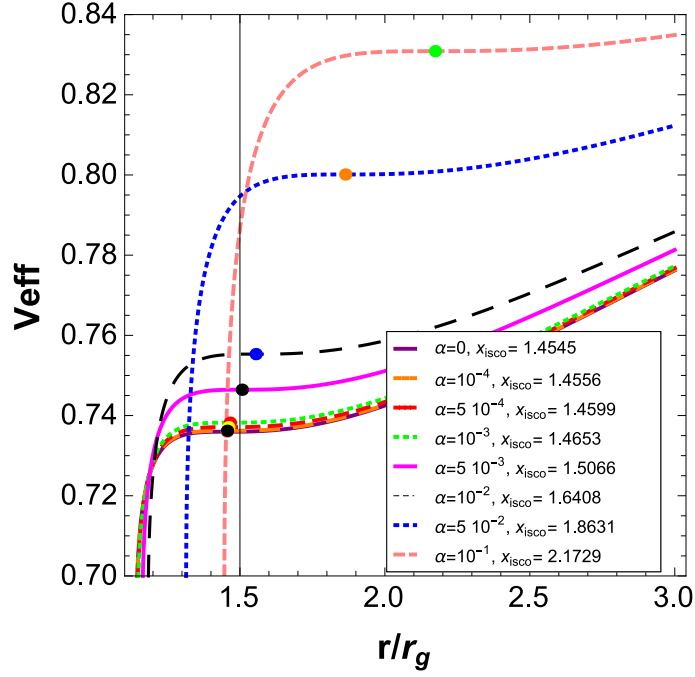


Figura 5.4. Potencial efectivo en función de la coordenada radial para distintos valores de α , en el caso de agujeros negros de Kerr de masa estelar en STVG. El momento angular normalizado del agujero negro es $\tilde{a} = 0.99$, y aquí $x_{\text{isco}} = r_{\text{isco}}/r_g$, donde r_{isco} es el radio de la ISCO, marcado con puntos sobre cada curva del V_{eff} .

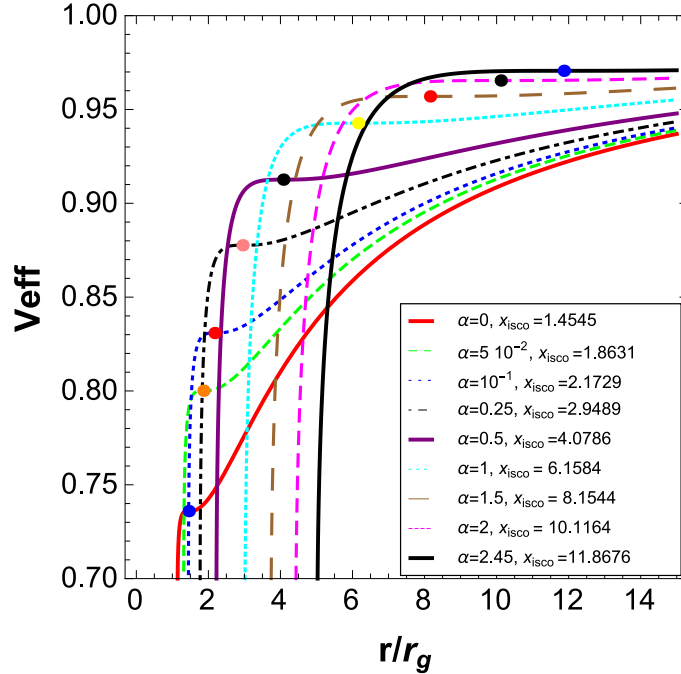


Figura 5.5. Potencial efectivo en función de la coordenada radial para distintos valores de α , en el caso de agujeros negros de Kerr supermasivos en STVG. El momento angular normalizado del agujero negro es $\tilde{a} = 0.99$, y aquí $x_{\text{isco}} = r_{\text{isco}}/r_g$, donde r_{isco} es el radio de la ISCO, marcado con puntos sobre cada curva del V_{eff} .

5.3. Discos de acreción delgados en STVG

Novikov y Thorne (1973) y Page y Thorne (1974) realizaron los primeros cálculos sobre la estructura de discos de acreción en GR. En su modelo, desprecian la autogravitación del disco, suponen un espaciotiempo con geometría estacionaria, axialmente simétrica, y con simetría de reflexión respecto al plano ecuatorial. De esta forma, el plano central del disco coincide con el plano ecuatorial del espacio-tiempo, es decir el plano espacial ortogonal al momento angular del agujero negro. En este plano, las componentes de la métrica dependen sólo de la coordenada r . Además, suponen que el disco es delgado: $\Delta z = 2h \ll r$, donde z es la coordenada que mide la altura desde el plano ecuatorial, y h es el grosor del disco a una distancia r del agujero negro.

Page y Thorne (1974) derivaron tres ecuaciones para la estructura radial del disco, promediadas en el tiempo. La escala de tiempo en estos promedios es lo suficientemente grande como para que, dado un radio de interés r , la masa que fluye hacia el agujero negro es mayor a la masa contenida entre r y $2r$, pero la escala de tiempo debe ser lo suficientemente pequeña como para que no varíe la geometría del espaciotiempo. En particular, la expresión para el calor emitido por un disco, donde la velocidad angular Ω es propia de órbitas circulares geodésicas en torno al agujero negro es:

$$\dot{\Omega}(r) = \frac{\dot{M}}{4\pi\sqrt{-g}} \frac{\Omega_{,r}}{(E^\dagger - \Omega L^\dagger)^2} \int_{r_{\text{isco}}}^r (E^\dagger - \Omega L^\dagger) L^\dagger_{,r} dr, \quad (5.19)$$

donde $_{,r}$ denota derivada respecto de la coordenada radial r . Aquí, \dot{M} es la tasa de acreción de masa, g es el determinante de la métrica, E^\dagger la energía específica de las partículas, y L^\dagger su momento angular específico. El límite inferior de esta integral corresponde al radio de la ISCO. La ecuación (5.19) se deriva de la conservación de la masa, el momento angular, y la energía. Explícitamente, las cantidades específicas son:

$$E^\dagger(r) \equiv -u_t(r), \quad (5.20)$$

$$L^\dagger(r) \equiv u_\varphi(r), \quad (5.21)$$

y la velocidad angular

$$\Omega(r) \equiv \frac{u^\varphi(r)}{u^t(r)}, \quad (5.22)$$

donde u_t y u_φ son las componentes t y φ de la cuadrivelocidad de la partícula, respectivamente.

En este capítulo calculamos el calor emitido por el disco, en la teoría STVG. Sin embargo, debido a la presencia del campo vectorial ϕ , las expresiones (5.20) y (5.21) no se aplican a STVG y deben ser modificadas. Las partículas son afectadas por una fuerza de tipo Lorentz que se acopla a la materia. Como vimos en la Subsección (2.3.2), las componentes de ϕ en el espaciotiempo de Kerr de STVG son:

$$\phi = -\frac{Qr}{\rho^2} (\mathbf{d}t - a \sin^2\theta \mathbf{d}\varphi). \quad (5.23)$$

Entonces, siguiendo a Misner et al. (1973), redefinimos las expresiones (5.20) y (5.21) para STVG:

$$\tilde{E} = -\frac{p_t}{m} + \frac{q}{m} \phi_t, \quad (5.24)$$

$$\tilde{L} = \frac{p_\varphi}{m} + \frac{q}{m} \phi_\varphi, \quad (5.25)$$

donde p es el cuadrimomento de la partícula, m su masa, y $q = \kappa m$. Así, las ecuaciones de conservación de la energía y del momento angular (Ecs. 32a, y 32b de Page y Thorne 1974) quedan:

$$\left(\tilde{L} - w\right)_{,r} + \frac{q}{m} \phi_{\varphi,r} = f \left(\tilde{L} + \frac{q}{m} \phi_{\varphi}\right), \quad (5.26)$$

$$\left(\tilde{E} - \Omega w\right)_{,r} + \frac{q}{m} \phi_{t,r} = f \left(\tilde{E} + \frac{q}{m} \phi_t\right), \quad (5.27)$$

donde

$$f = 4\pi (-g)^{1/2} F / \dot{M}_0, \quad (5.28)$$

$$w = 2\pi (-g)^{1/2} W_{\varphi}^r / \dot{M}_0. \quad (5.29)$$

Aquí, F denota el promedio temporal del flujo de radiación emitido (energía por unidad de tiempo, por unidad de área) por la superficie del disco, medido por un observador local que orbita solidario al disco; W_{φ}^r el torque por unidad de ángulo debido a tensiones internas del disco, y \dot{M}_0 la tasa de acreción de masa.

Si multiplicamos la Ec. (5.26) por Ω , y restamos la Eq. (5.27), obtenemos la relación:

$$w = \frac{\left[\left(\tilde{E} - \Omega \tilde{L}\right) f + q/m \left(\phi_t - \Omega \phi_{\varphi}\right) f - q/m \left(\phi_{t,r} - \Omega \phi_{\varphi,r}\right)\right]}{-\Omega_{,r}}. \quad (5.30)$$

Notamos que esta expresión se reduce a la Ec. (33) de Page y Thorne (1974) si $\phi = \mathbf{0}$.

Reemplazando la Ec. (5.30) en la Ec. (5.26), obtenemos una ecuación diferencial de primer orden para f :

$$a_0(x) = a_1(x) f + a_2(x) \frac{df}{dx}, \quad (5.31)$$

donde

$$a_0(x) = \left(\tilde{E} - \tilde{\Omega} \tilde{L}\right) \frac{d}{dx} \left[\frac{\left(\tilde{E} - \tilde{\Omega} \tilde{L}\right)_{,x}}{-\tilde{\Omega}_{,x}} \right], \quad (5.32)$$

$$a_1(x) = \left[\frac{\left(\tilde{E} - \tilde{\Omega} \tilde{L}\right)^2}{-\tilde{\Omega}_{,x}} \right]_{,x} - \frac{\left(\tilde{E} - \tilde{\Omega} \tilde{L}\right) \left(\tilde{E}_{,x} - \tilde{\Omega} \tilde{L}_{,x}\right)}{-\tilde{\Omega}_{,x}},$$

$$a_2(x) = \frac{\left(\tilde{E} - \tilde{\Omega} \tilde{L}\right)^2}{-\tilde{\Omega}_{,x}}. \quad (5.33)$$

En nuestros cálculos numéricos, utilizamos las siguientes expresiones para la energía y momento angular específico de partículas masivas en torno a agujeros negros de Kerr en STVG:

$$\tilde{E} = -e_1 \left(e_2 + \frac{k_1}{\sqrt{\beta}} \right), \quad (5.34)$$

$$\tilde{L} = -\frac{\tilde{E} \left(\tilde{\Omega} g_{\varphi\varphi} + g_{t\varphi} \right)}{\left(\tilde{g}_{tt} + \tilde{\Omega} g_{t\varphi} \right)} - \frac{\alpha \left[-\left(x^2 + \tilde{a}^2 \right) \tilde{\Omega} + \tilde{a} \right]}{x \left(\tilde{g}_{tt} + \tilde{\Omega} g_{t\varphi} \right)}, \quad (5.35)$$

donde,

$$\beta = -g_{tt} - \tilde{\Omega} \left(2 g_{t\varphi} + g_{\varphi\varphi} \tilde{\Omega} \right), \quad (5.36)$$

$$k_1 = \tilde{g}_{tt} + \tilde{\Omega} g_{t\varphi}, \quad (5.37)$$

$$e_1 = -\sqrt{1 + \frac{(e_{11} + e_{12}) \alpha^2}{-x^2 (\tilde{g}_{t\varphi}^2 - \tilde{g}_{tt} g_{\varphi\varphi})}}, \quad (5.38)$$

$$e_{11} = a^2 \left(a^2 \tilde{g}_{tt} + 2a g_{t\varphi} + g_{\varphi\varphi} \right), \quad (5.39)$$

$$e_{12} = x^2 \left(2a^2 \tilde{g}_{tt} + 2a g_{t\varphi} + g_{\varphi\varphi}^2 - \tilde{g}_{tt} g_{\varphi\varphi} \right) + \tilde{g}_{tt} x^4, \quad (5.40)$$

$$e_2 = -\frac{(a^2 \tilde{g}_{tt} + a g_{t\varphi} + \tilde{g}_{tt} x^2) \alpha}{e_1 x (\tilde{g}_{t\varphi}^2 - \tilde{g}_{tt} g_{\varphi\varphi})}. \quad (5.41)$$

De esta forma, reemplazando la Ec. (5.34) en la Ec. (5.35), y esta última en la Ec. (5.8), obtenemos una ecuación para la velocidad angular $\tilde{\Omega}$:

$$B_0 + B_1 \sqrt{\beta} + B_2 \beta = 0, \quad (5.42)$$

donde

$$B_0 = e_1^2 k_1^2 x^2 \left[k_2 (g_{tt,x} k_2 - 2g_{t\varphi,x} k_1) + g_{\varphi\varphi,x} k_1^2 \right], \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} B_1 = & 2 k_1 e_1 \alpha k_1 \left(\tilde{a} (\tilde{a} k_1 + k_2) - k_1 x^2 \right) \\ & + 2k_1 e_1 k_3 x^2 (g_{t\varphi,x} k_1 - g_{tt,x} k_2) \\ & + 2e_1^2 e_2 k_1 x^2 \left[k_2 (g_{tt,x} k_2 - 2g_{t\varphi,x} k_1) + g_{\varphi\varphi,x} k_1^2 \right], \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned} B_2 = & e_1^2 e_2^2 x^2 \left[k_2 (g_{tt,x} k_2 - 2g_{t\varphi,x} k_1) + g_{\varphi\varphi,x} k_1^2 \right] \\ & + x^2 \left[k_1^2 (\tilde{g}_{tt} g_{\varphi\varphi,x} + g_{tt,x} g_{\varphi\varphi}) + g_{tt,x} k_3^2 \right] \\ & - 2g_{t\varphi} g_{t\varphi,x} k_1^2 x^2 - 2a k_1 k_3 \alpha \\ & + 2e_1 e_2 k_3 x^2 (g_{t\varphi,x} k_1 - g_{tt,x} k_2) \\ & + 2e_1 e_2 k_3 x^2 \alpha k_1 \left[a (a k_1 + k_2) - k_1 x^2 \right], \end{aligned} \quad (5.45)$$

y donde

$$k_2 = g_{t\varphi} + \tilde{\Omega} g_{\varphi\varphi}, \quad (5.46)$$

$$k_3 = -\frac{\alpha \left[- (x^2 + \tilde{a}^2) \tilde{\Omega} + \tilde{a} \right]}{x}. \quad (5.47)$$

Por otro lado, utilizamos las expresiones

$$\tilde{g}_{tt} = -\frac{(\tilde{\Delta} - \tilde{a}^2)}{x^2}, \quad (5.48)$$

$$\tilde{g}_{t\varphi} = \frac{[-(x^2 + a^2) + \tilde{\Delta}] \tilde{a}}{x^2}, \quad (5.49)$$

$$\tilde{g}_{\varphi\varphi} = \frac{[(x^2 + a^2)^2 - \tilde{\Delta}\tilde{a}^2]}{x^2}, \quad (5.50)$$

$$\tilde{g}_{tt,x} = -2\frac{(x - \alpha)(1 + \alpha)}{x^3}, \quad (5.51)$$

$$\tilde{g}_{t\varphi,x} = 2a\frac{(x - \alpha)(1 + \alpha)}{x^3}, \quad (5.52)$$

$$\tilde{g}_{\varphi\varphi,x} = 2\frac{x^4 - a^2(x - \alpha)(1 + \alpha)}{x^3}, \quad (5.53)$$

donde $\tilde{\Delta}$ está dado por la Ec. (5.12).

Siguiendo a Page y Thorne (1974), el calor \mathfrak{Q} se relaciona con la función adimensional f según:

$$\begin{aligned} \mathfrak{Q}(x) &= \frac{c^3 \dot{M}}{4\pi\sqrt{-g}} f(x) = \frac{c^3 \dot{M}}{4\pi c r_g^2 x^2} f(x) \\ &= \frac{c^6 \dot{M}}{4\pi G_N^2 M^2 x^2} f(x), \quad [Q(x)] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}. \end{aligned} \quad (5.54)$$

Suponiendo, por simplicidad, que el disco es ópticamente grueso en la dirección z , todo elemento de área en su superficie radía como un cuerpo negro a la temperatura efectiva local $T(x)$. Según la ley de Stefan-Boltzmann, el perfil de temperatura es:

$$T(x) = z(x) \left(\frac{Q(x)}{\sigma} \right)^{1/4}, \quad [T(x)] = \text{K}, \quad (5.55)$$

donde σ denota la constante de Stefan-Boltzmann, y la a función $z(x)$ incluye correcciones debido al corrimiento al rojo gravitacional:

$$z(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2(1 + \alpha)x + a^2 + \alpha(1 + \alpha)}}{x}. \quad (5.56)$$

Debido a la aproximación de cuerpo negro, la intensidad específica por unidad de frecuencia I_ν de cada elemento de área en el disco sigue la función de Planck:

$$I_\nu(\nu, x) = B_\nu(\nu, x) = \frac{2h\nu^3}{c^2 [e^{(h\nu/kT(x))} - 1]}. \quad (5.57)$$

donde h y k son las constantes de Planck y Boltzmann, respectivamente.

La luminosidad total por unidad de ángulo sólido en frecuencia ν es:

$$L_\nu(\nu) = \int_{x_{\text{isco}}}^{x_{\text{out}}} 2\pi r_g^2 I_\nu x \, dx, \quad (5.58)$$

$$= \frac{4\pi h G_N^2 M^2 \nu^3}{c^6} \int_{x_{\text{isco}}}^{x_{\text{out}}} \frac{x \, dx}{[e^{(h\nu/kT(x))} - 1]}, \quad (5.59)$$

donde, para el radio externo del disco, tomamos $r_{\text{out}} = 11 r_{\text{isco}}$ (Dove et al., 1997).

Respecto a la estructura del disco de acreción en la dirección z , Shakura y Sunyaev (1973) estiman la altura:

$$H \cong c_s \left(\frac{r}{G_N M} \right)^{1/2} r, \quad (5.60)$$

donde c_s es la velocidad del sonido. Esta expresión se obtiene al suponer equilibrio hidrostático en la dirección z . Sin embargo, en STVG, la expresión toma la forma:

$$H_{\text{STVG}} \cong c_s \left(\frac{r}{G_N (1 + \alpha) M} \right)^{1/2} r. \quad (5.61)$$

Luego, el cociente entre las alturas del modelo de Shakura y Sunyaev (1973) y el modelo en STVG vale:

$$\frac{H_{\text{STVG}}}{H} \approx (1 + \alpha)^{-1/2}, \quad (5.62)$$

y los discos en STVG son más delgados que en GR, creciendo esta diferencia con α .

5.4. Resultados

Calculamos numéricamente el momento angular específico \tilde{L} , la energía específica \tilde{E} , y la velocidad angular $\tilde{\Omega}$ para partículas de prueba en órbitas ecuatoriales y circulares en torno a agujeros negros de Schwarzschild y Kerr en STVG. Usamos $\tilde{a} = 0.99$ para el espín del agujero negro de Kerr. Algunos de estos resultados se muestran en las Figs. 5.6, 5.7 y 5.8 para el caso de agujeros negros supermasivos, con $\alpha = 1$, y $\alpha = 2.45$. El caso de GR, que se obtiene con $\alpha = 0$, también se incluye como comparación. Notamos que \tilde{L} y \tilde{E} son mayores en STVG que en GR, creciendo esta diferencia con α . Por el contrario, no encontramos diferencias significativas en las velocidades angulares de ambas teorías.

Notar que, en la parte interna del disco, las pendientes de las funciones \tilde{L} y \tilde{E} en STVG (Figs. 5.6 y 5.7) son menores que en GR. Esta característica es relevante para el calor del disco Q pues, de las Ecs. (5.32), (5.33), y (5.33), vemos que estos coeficientes dependen de las derivadas de \tilde{L} y \tilde{E} . Luego, como veremos en la próxima subsección, el calor radiado por los discos en STVG es menor al radiado en el caso de GR. Como resultado, la temperatura y luminosidad también serán menores.

Analizamos ahora el modelo del disco en torno a un agujero negro de Schwarzschild en STVG, de masa estelar. En la Fig. 5.9 mostramos un gráfico de la temperatura como función de la coordenada radial, y su correspondiente gráfico de residuos con respecto a las predicciones de GR. En la Fig. 5.10 graficamos la luminosidad en función de la energía de la radiación, con los correspondientes residuos. Encontramos que el disco es más frío en la medida que el parámetro α se incrementa. Esta característica es más notoria para las partes internas del disco. En el caso supermasivo, estas diferencias se pronuncian (ver Fig. 5.11), y notamos que el máximo de luminosidad sucede a energías menores al caso de GR (ver Fig. 5.12).

En las Figs. 5.13 and 5.14 graficamos la temperatura en función de la coordenada radial, y la luminosidad en función de la energía de la radiación, respectivamente; ambos para un agujero negro de Kerr en STVG de masa estelar. Además, incluimos los residuos respecto a las predicciones de GR. Encontramos que los discos de acreción son más fríos que los de GR. La luminosidad máxima del disco también decrece y la energía de la radiación donde esto sucede se corre a energías más bajas con respecto al caso de GR. Nuevamente, como vemos en las Figs. 5.15 y 5.16 las desviaciones respecto a GR se acrecientan para el caso de agujeros negros supermasivos.

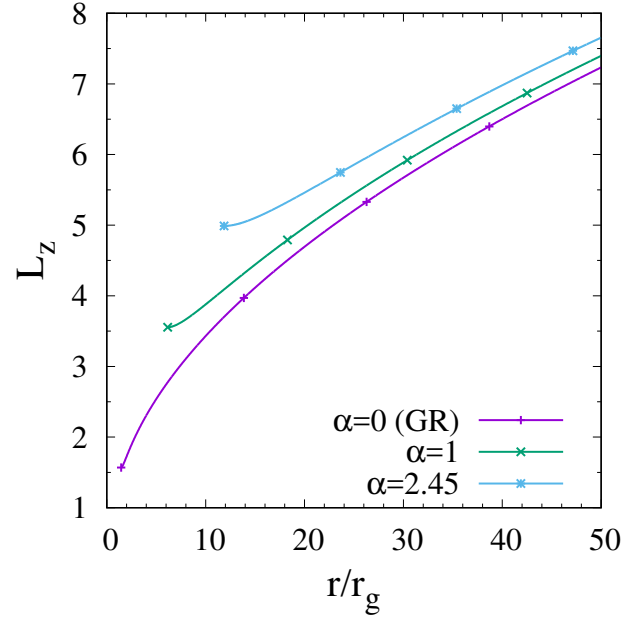


Figura 5.6. Momento angular específico en torno al eje de simetría $L_z = L$ en función de la coordenada radial para una partícula de prueba en órbita circular en torno a un agujero negro de Kerr supermasivo en STVG.

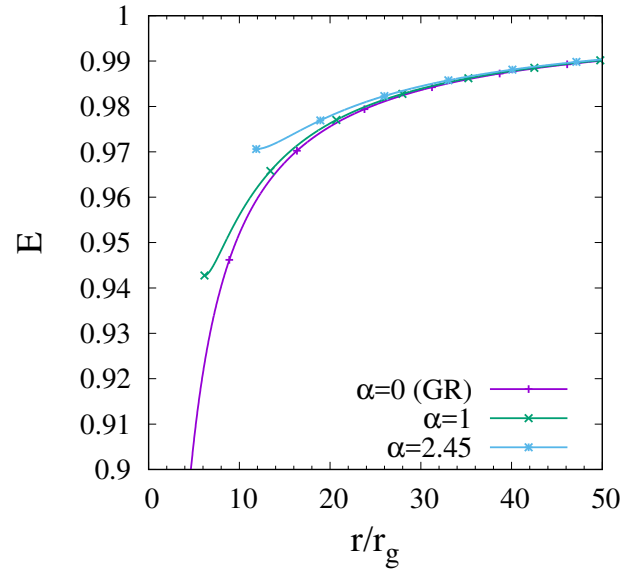


Figura 5.7. Energía específica $E = \tilde{E}$ en función de la coordenada radial para una partícula de prueba en órbita circular en torno a un agujero negro de Kerr supermasivo en STVG.

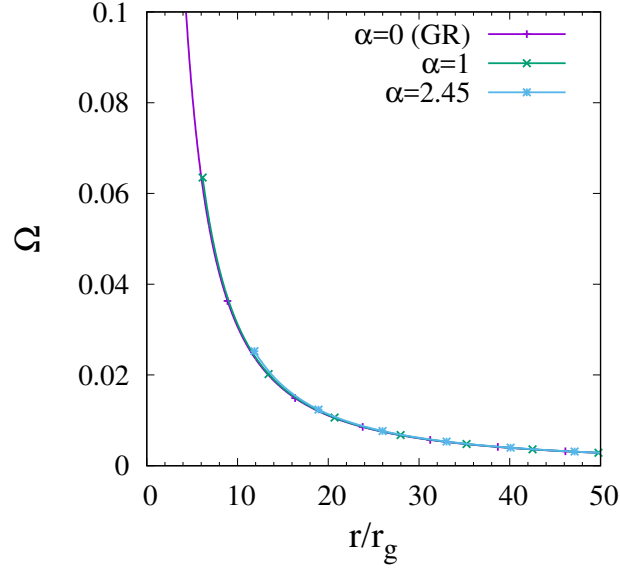


Figura 5.8. Velocidad angular en función de la coordenada radial para una partícula de prueba en órbita circular en torno a un agujero negro de Kerr supermasivo en STVG.

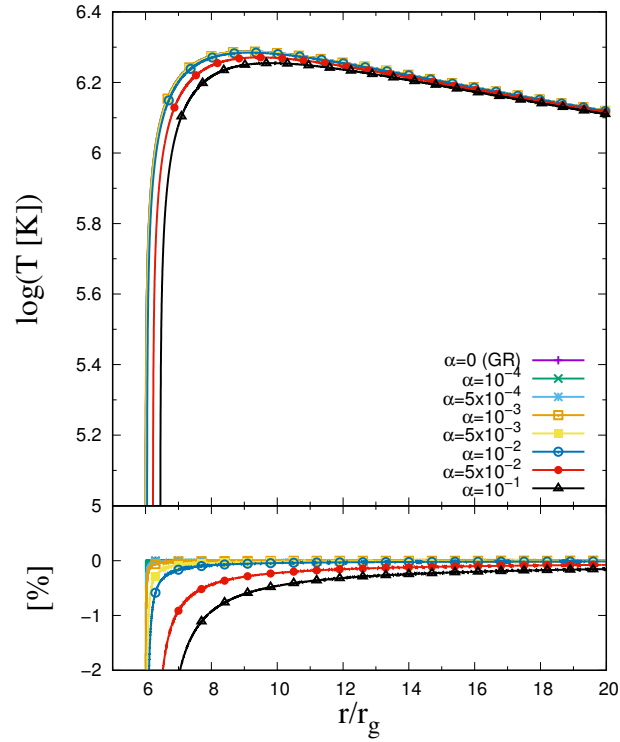


Figura 5.9. *Arriba:* Temperatura en función de la coordenada radial para el disco en torno a un agujero negro de Schwarzschild-STVG, de masa estelar. *Abajo:* Gráfico de residuos, comparando los perfiles de temperaturas de STVG con el de GR.

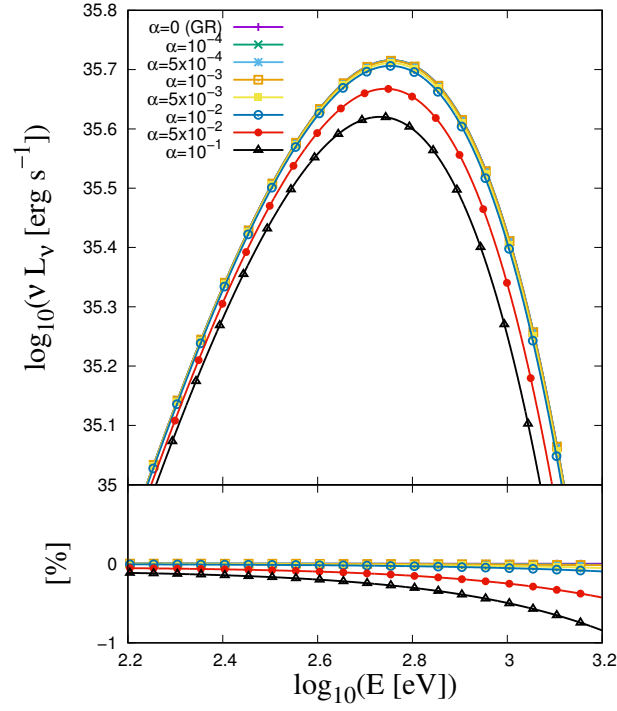


Figura 5.10. *Arriba:* Luminosidad en función de la energía de la radiación para el disco en torno a un agujero negro de Schwarzschild-STVG, de masa estelar. *Abajo:* Gráfico de residuos, comparando los espectros de luminosidad de STVG con el de GR.

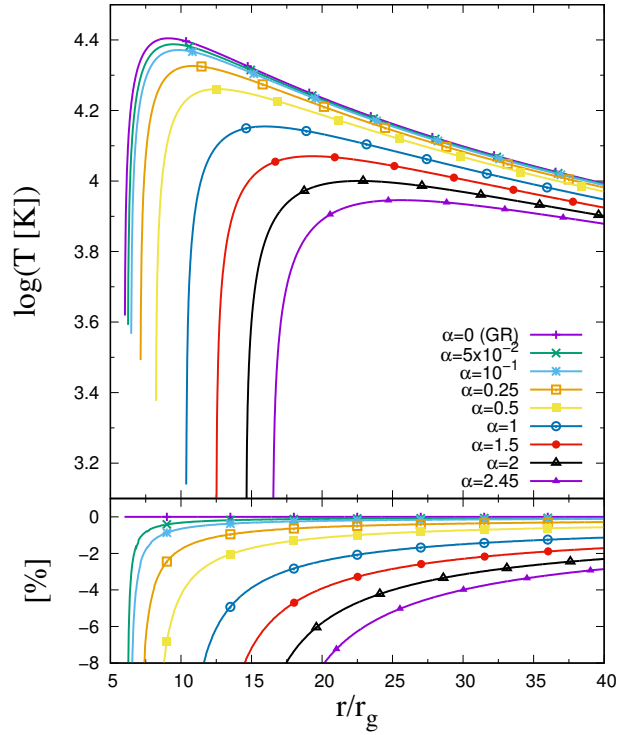


Figura 5.11. *Arriba:* Temperatura en función de la coordenada radial para el disco en torno a un agujero negro de Schwarzschild-STVG, supermasivo. *Abajo:* Gráfico de residuos, comparando los perfiles de temperaturas de STVG con el de GR.

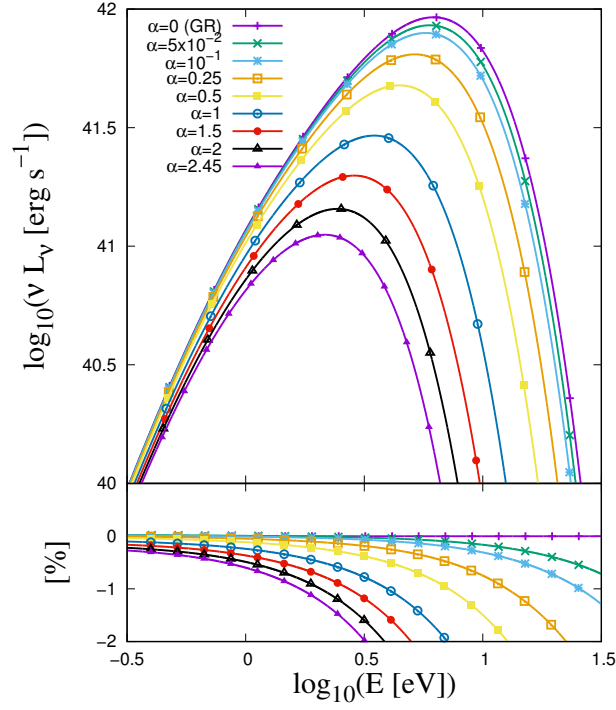


Figura 5.12. *Arriba:* Luminosidad en función de la energía de la radiación para el disco en torno a un agujero negro de Schwarzschild-STVG, supermasivo. *Abajo:* Gráfico de residuos, comparando los espectros de luminosidad de STVG con el de GR.

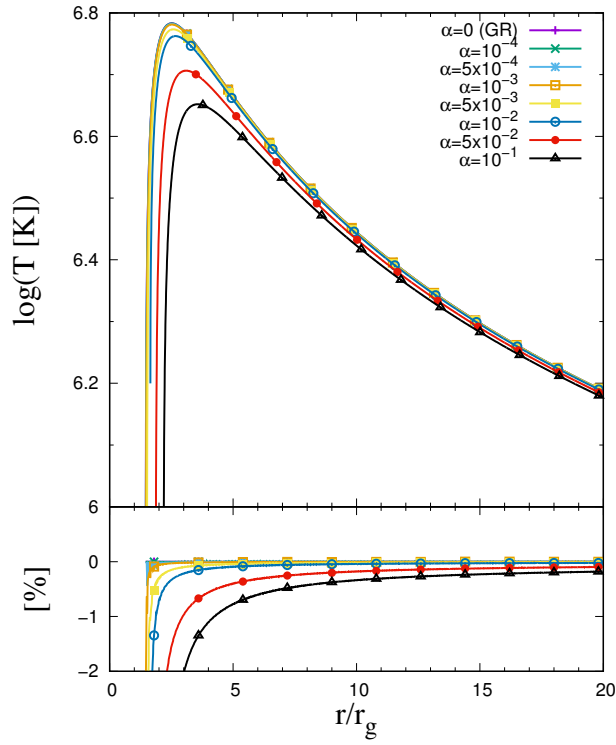


Figura 5.13. *Arriba:* Temperatura en función de la coordenada radial para el disco en torno a un agujero negro de Kerr-STVG, de masa estelar. *Abajo:* Gráfico de residuos, comparando los perfiles de temperaturas de STVG con el de GR.

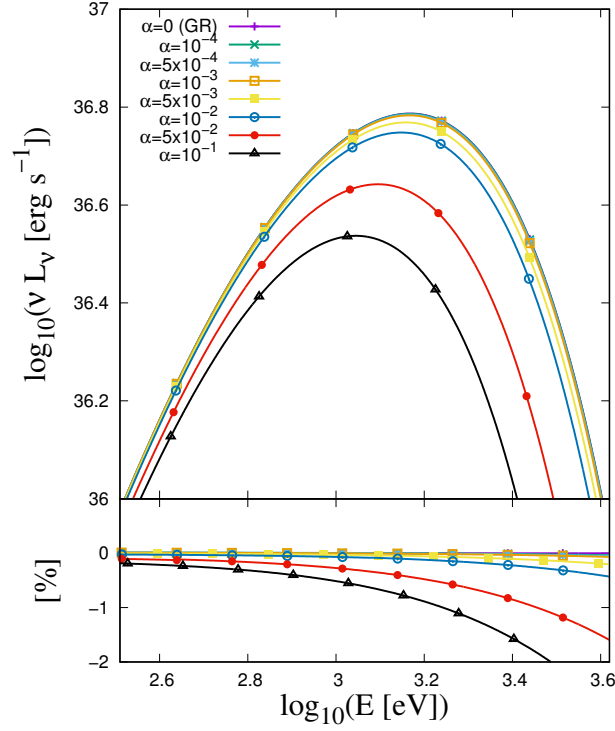


Figura 5.14. *Arriba:* Luminosidad en función de la energía de la radiación para el disco en torno a un agujero negro de Kerr-STVG, de masa estelar. El momento angular normalizado vale $\tilde{a} = 0.99$. *Abajo:* Gráfico de residuos, comparando los espectros de luminosidad de STVG con el de GR.

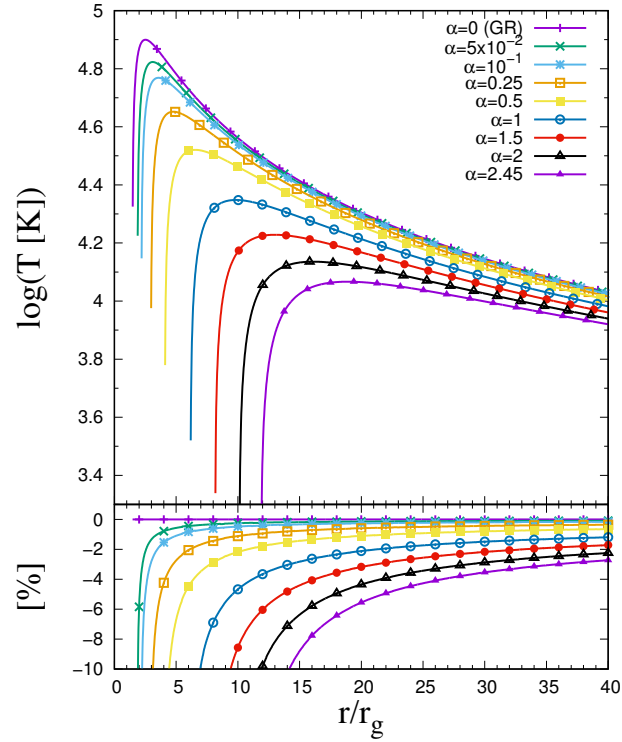


Figura 5.15. *Arriba:* Temperatura en función de la coordenada radial para el disco en torno a un agujero negro de Kerr-STVG, supermasivo. *Abajo:* Gráfico de residuos, comparando los perfiles de temperaturas de STVG con el de GR.

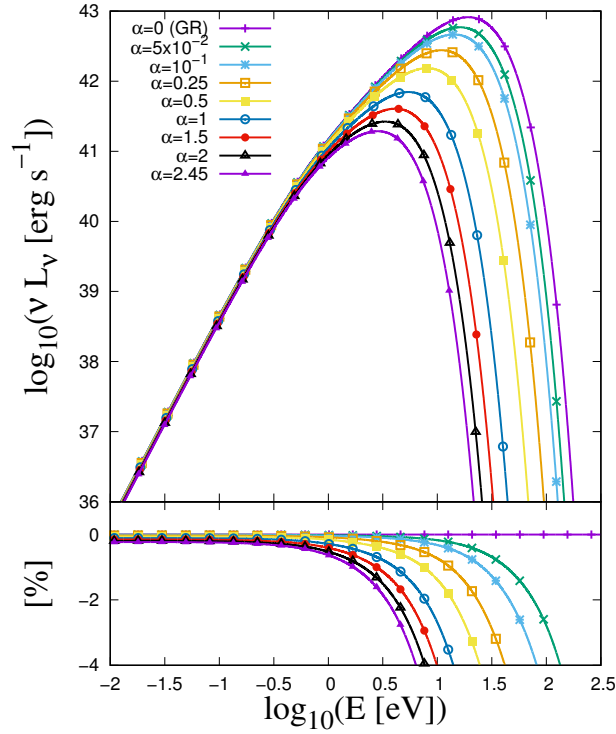


Figura 5.16. *Arriba:* Luminosidad en función de la energía de la radiación para el disco en torno a un agujero negro de Kerr-STVG, supermasivo. *Abajo:* Gráfico de residuos, comparando los espectros de luminosidad de STVG con el de GR.

5.5. Discusión

Los discos de acreción delgados y ópticamente gruesos en torno a agujeros negros de masas estelares y supermasivos en STVG son menos luminosos que en GR. Atribuimos este fenómeno a dos motivos. Primero, el radio de la ISCO en STVG es mayor que en GR, siendo esta diferencia parametrizada por el parámetro α . Ya que los discos de acreción son más luminosos y calientes en regiones cercanas al agujero negro, la contribución a la luminosidad para energías altas se reduce cuanto mayor es la ISCO. Segundo, como mencionamos anteriormente, el calor \mathfrak{Q} del disco depende de las derivadas de \tilde{L} y \tilde{E} , que son menores en STVG que en GR. Estas características distintivas de los discos en STVG respecto al caso de GR son opuestas a las manifestadas por otras teorías de la gravitación, como $f(R)$, donde el disco tiende a ser sistemáticamente más caliente y luminoso (ver Pérez et al., 2013)

El radio de la ISCO es mayor en STVG que en GR, también debido a dos motivos. Primero, en el régimen de campo gravitacional fuerte, el campo vectorial ϕ no es suficiente para equiparar la atracción aumentada, fallando en recuperar las predicciones de GR. La atracción gravitacional por lo tanto es más intensa que en GR, y la región de inestabilidad de las órbitas circulares, contenida por la ISCO, es mayor. Segundo, las partículas en órbitas circulares en torno a un agujero negro de Kerr en STVG están sujetas a fuerzas gravitomagnéticas en dirección al agujero negro, nuevamente incrementando la atracción gravitatoria y la zona de inestabilidad de trayectorias circulares.

Las distribuciones espectrales obtenidas para la luminosidad no contradicen los datos astronómicos (ver, por ejemplo, Gou et al., 2011). Luego, en este capítulo, no podemos imponer nuevas restricciones para los parámetros libres de STVG.

Capítulo 6

Análisis de fundamentos en STVG

6.1. Introducción

Los fundamentos y valores numéricos de los parámetros de la teoría STVG se modifican según es explorada en distintos sistemas. En este sentido, consideramos que la teoría aún se encuentra en construcción. El objetivo de este capítulo es contribuir a este proceso, criticando algunos de los fundamentos actuales de la teoría, y sugiriendo lineamientos para sus modificaciones.

6.2. Teorema de Bekenstein

Hace ya décadas que tenemos inferencias observacionales de la existencia de agujeros negros (ver Romero y Vila, 2014). Más aún, en estos últimos años, los observatorios LIGO y VIRGO detectaron sistemáticamente ondas gravitacionales provenientes de la fusión de dos agujeros negros (LIGO y VIRGO Collaborations, 2018), y el Telescopio de Horizonte de eventos (*Event Horizon Telescope*) nos muestra que el objeto compacto en el centro de la galaxia M87 es consistente con los modelos clásicos de agujeros negros (EHT Collaboration, 2019). A la fecha, suponer que los agujeros negros existen, es una hipótesis por demás razonable. En esta Sección, entonces, cuestionamos si STVG admite formalmente la existencia de los mismos.

Las soluciones de agujeros negros que utilizamos en esta tesis fueron propuestas por Moffat (2015), y se basan en dos aproximaciones: el campo escalar G es una constante, y la masa del campo vectorial ϕ es nula. Estas aproximaciones no son casuales pues, como veremos a continuación, permiten a la teoría salvarse del *Teorema de Bekenstein* (Bekenstein, 1972).

La llamada conjetura de Israel-Carter argumenta que el estado final del colapso gravitacional de una estrella supermasiva a un agujero negro será un agujero negro de Kerr-Newman. Este último se caracteriza por sólo tres parámetros: su masa, su momento angular, y su carga eléctrica. La simplicidad del agujero negro de Kerr-Newman lleva a la expresión de que *los agujeros negros no tienen pelos*, acuñada por John A. Wheeler. Aunque estos argumentos sean conjeturales, abundan teoremas, con hipótesis razonables sobre el espaciotiempo como estatismo o ser asintóticamente plano, que sostienen su veracidad (ver, por ejemplo, Israel, 1967; Chase, 1970; Carter, 1971; Hartle, 1971; Wald, 1971; Bekenstein, 1972).

En particular, Bekenstein (1972) demostró que si un agujero negro acrece material que es fuente de un campo vectorial masivo, como es el caso de la materia en STVG, dicho agujero negro no adquirirá propiedades referidas a este campo. Su estado final, como mencionamos, se caracterizará sólo por su masa, momento angular, y carga eléctrica. En otras palabras, los únicos campos permitidos en el exterior de un agujero negro son el gravitatorio y el electromagnético. Estos resultados no sólo son propios de GR, sino que Bekenstein (1972)

los generaliza a teorías con campos escalares de tipo Brans-Dicke, como es el caso de STVG respecto al campo G . Bekenstein demuestra que dichos campos escalares sólo pueden ser constantes en el exterior del agujero negro.

Siguiendo estos resultados, un agujero negro en la teoría de STVG no será fuente del campo vectorial masivo ϕ . Pero, por otro lado, este campo es fundamental para que funcione el mecanismo propuesto para contrarrestar la gravedad aumentada por $G = G_N(1 + \alpha)$. Sin este campo, el parámetro α debe ser nulo. Más aún, este parámetro debe anularse en todo el espaciotiempo pues, como ya mencionamos, dentro de las hipótesis del teorema de Bekenstein los campos escalares deben ser constantes en el exterior de un agujero. Luego, STVG simplemente se reduciría a GR.

Existen mecanismos formales para salvarse de los teoremas de Bekenstein (ver, por ejemplo, Babichev et al., 2017; Herdeiro et al., 2016). STVG necesita incluir alguno de estos mecanismos en sus fundamentos, y admitir así soluciones formales de agujeros negros.

6.3. Acoplando el campo vectorial a la materia

Uno de los fundamentos más característicos de STVG es el acoplamiento del campo vectorial ϕ con la materia. En efecto, en la Sección 3.2 mencionamos que, al variar la acción de la materia respecto a ϕ obtenemos la corriente:

$$J_Q^\mu = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta \phi_\mu} = \sqrt{\alpha G_N} J_M^\mu. \quad (6.1)$$

Es decir, la fuente del campo vectorial es la cuadricorriente de materia J_M^μ multiplicada por el factor $\sqrt{\alpha G_N}$, este último determinado por ajustes observacionales (Moffat, 2015). Sin embargo, aún no ha sido propuesta una expresión general para el término de interacción entre el campo vectorial y la materia.

Moffat (2006) postula que la acción de una partícula de prueba es:

$$S = - \int d\tau - \int d\tau \kappa \phi_\mu \frac{dx^\mu}{d\tau}, \quad (6.2)$$

donde τ es el tiempo propio sobre la línea de mundo de la partícula, y κ es una constante de acoplamiento. Sin embargo, el caso de fuentes extensas de materia, como las que vimos en la Sección 3.2, que se acoplan al tensor métrico y curvan el espaciotiempo, no ha sido discutido.

Comenzando por el caso más sencillo, la acción de una distribución de polvo en STVG debería ser de la forma (Dirac, 1996, Ec. 27.9):

$$S_M = - \int (p_\mu p^\mu)^{1/2} d^4x - \int \kappa p^\mu \phi_\mu d^4x, \quad (6.3)$$

donde $p^\mu = \rho u^\mu \sqrt{-g}$, siendo ρ la densidad en reposo de la materia, u^μ su cuadrivelocidad, y g el determinante de la métrica. Esto es consistente con la expresión presentada por Rahvar y Moffat (2018). Surgen de esta propuesta, al menos, dos cuestiones: 1) si el término de interacción entre la materia y el campo vectorial afecta las ecuaciones de movimiento de la métrica, y 2) cuál es la naturaleza del factor de acoplamiento κ .

Para el primer punto, debemos realizar la variación de S_M respecto a la inversa de la métrica $\delta g^{\mu\nu}$. Como es usual, del primer término resulta el tensor de energía impulso para el polvo. El segundo término, sin embargo, requiere un poco más de atención. Supongamos, por ahora, que κ es una constante. En principio, la variación de este término es nula, pues la densidad Lagrangiana no depende explícitamente de la métrica. Sin embargo, reescribiendo la contracción $p^\mu \phi_\mu$ como $g_{\mu\nu} \rho u^\mu \phi^\nu \sqrt{-g}$ nos hace dudar de esta afirmación. Fock (1959, Ec.

48.05) demuestra formalmente que esta variación es nula, siempre que ρ sea un invariante (como lo es la masa en reposo). Esta última condición hace que la generalización de estos resultados a otros tipos de fluidos no sea trivial, y esta dependencia de los resultados en función de la naturaleza del fluido pone seriamente en duda la posibilidad de validez del principio de equivalencia débil en STVG.

Respecto al factor de acoplamiento κ , Moffat (2006) ha determinado su valor para encontrar acuerdo con el límite de campo débil de GR en el Sistema Solar. Este valor, utilizado en la ecuación (6.1), es $\sqrt{\alpha G_N}$. Discutimos dos cuestiones al respecto. Primero, el valor propuesto por Moffat sólo vale bajo la aproximación de campo escalar G constante, pues allí tiene sentido la definición del parámetro α . El caso general, entonces, queda por postularse. Segundo, el valor del parámetro α depende fuertemente de la masa del objeto central, manifestando su naturaleza dinámica de campo escalar. El factor de acoplamiento, entonces, en general no será una constante sino un campo escalar. Estos términos de interacción *no-mínimos*, es decir explícitos matemáticamente, entre campos escalares y materia violan el principio de equivalencia fuerte, pues los objetos macroscópicos se acoplan de distintas formas al campo. Por ejemplo, vimos en la sección anterior que, a diferencia de una estrella, un agujero negro no funciona como fuente de campos escalares. Para más discusión sobre el acoplamiento de campos escalares con materia, ver el trabajo original de Brans y Dicke (1961), o Joyce (2016) para un punto de vista moderno.

6.4. Acoplado el campo vectorial al campo electromagnético

Como vimos en la sección anterior, el término de interacción entre la materia y el campo vectorial ϕ no ha sido postulado en general. Más aún, no ha sido postulado con qué tipos de materia debe interactuar el campo vectorial. El caso más urgente a resolver, a nuestro entender, es el del campo electromagnético.

Si el campo electromagnético no se acopla al campo vectorial, entonces nos encontramos con dos problemas. El primero, STVG violaría toda forma del principio de equivalencia, pues sería sencillo diferenciar un sistema acelerado de uno en un campo gravitacional, sólo comparando las trayectorias de partículas masivas y fotones. El segundo es que el parámetro α se vería fuertemente restringido por experimentos en el Sistema Solar. Por ejemplo, el ángulo de deflexión $\Delta\phi$ debido al Sol como lente gravitacional valdría la predicción relativista con $G_N \rightarrow G_N(1 + \alpha)$:

$$\Delta\phi = \frac{4M_\odot G_N}{r_0}(1 + \alpha), \quad (6.4)$$

donde r_0 es la distancia de máximo acercamiento al Sol del fotón. Comparando esta expresión con la del parámetro postnewtoniano γ (Will, 2014), debería cumplirse $\alpha < 10^{-4}$.

El acople del campo electromagnético al campo vectorial, sin embargo, tampoco está exento de problemas. En la literatura encontramos dos trabajos donde se discute esta posibilidad, en el contexto de lentes gravitacionales. En el primero, Moffat y Toth (2009b) adaptan las derivaciones de trayectorias de partículas masivas a fotones y proponen una expresión para el ángulo de deflexión de fotones por una fuente masiva, teniendo en cuenta la interacción con el campo vectorial. Sin embargo, consideramos que esta deducción es errónea. Particularmente, en la Eq. (39) de este trabajo, se determina la constante $\mathcal{C} = 1$, cuando debería valer la energía $k^0 = h\nu_\infty$ del fotón en el infinito. Esta constante puede normalizarse a 1 en GR, pues puede ser absorbida por el factor afín de la geodésica, pero en STVG, la presencia del término proporcional a ϕ_t en esa misma ecuación lo impide. Reemplazando la constante \mathcal{C} por su valor correcto, implica efectos cromáticos de lente gravitacional en STVG, es decir,

ángulos de deflexión dependientes de la frecuencia del fotón. Este efecto, aunque interesante, no ha sido observado.

Luego, en un trabajo más reciente, Rahvar y Moffat (2018, Eq. 21) proponen un término explícito de acoplamiento entre el campo electromagnético y el campo vectorial. Consideramos que este término es confuso, pues utiliza al tensor de campo electromagnético $F^{\mu\nu}$ a la vez que el vector de onda k^μ de la aproximación WKB de onda plana del mismo campo (ver Schneider, 1992, para la relación formal entre estas cantidades). A nuestro entender, debe realizarse una propuesta de acople del campo vectorial con el tensor de campo electromagnético $F^{\mu\nu}$, o incluso con el cuadripotencial A^μ tal que, luego de realizar la aproximación WKB, derive en un lagrangiano similar al de partículas masivas:

$$\mathcal{L} = \sqrt{g_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta} + \lambda \phi^\alpha k^\beta g_{\alpha\beta}, \quad (6.5)$$

donde k^μ es el vector de onda del campo electromagnético. La intención de esta propuesta es que las partículas masivas y los fotones tengan las mismas ecuaciones de movimiento, de forma de mantener la validez del principio de equivalencia débil.

De este lagrangiano, obtenemos las ecuaciones de movimiento:

$$k^\alpha \nabla_\alpha k^\mu = \lambda B^{\mu\alpha} k^\beta g_{\alpha\beta}, \quad (6.6)$$

donde B es el tensor de campo antisimétrico correspondiente al campo vectorial ϕ . Sin embargo, en esta propuesta, los fotones dejan de moverse por geodésicas nulas del espaciotiempo. Además, en esta propuesta, $k^\mu k_\mu \neq 0$ y los fotones adquieren una masa efectiva m_γ . Esta masa encuentra fuertes restricciones experimentales (Accioly, 2010). Para la demostración de estos últimos resultados sobre la cinemática de los fotones en interacción, ver el Apéndice A.

6.5. Ondas gravitacionales

Como mencionamos en la Introducción, en el año 2015 los observatorios de ondas gravitacionales LIGO y VIRGO detectan en forma directa la primera onda gravitacional, generada por la fusión de un sistema binario de agujeros negros de masas estelares (LIGO-VIRGO Collaborations, 2016a). Las características de la onda gravitacional detectada coinciden notablemente con las predicciones de GR.

No se han derivado aún los patrones de ondas gravitacionales por la fusión de dos agujeros negros en STVG, pero en esta tesis vimos que el régimen de campo fuerte de STVG difiere significativamente al de GR. La capacidad de STVG de reproducir los patrones de onda observados, entonces, es cuestionable, ubicándola en una posición desfavorable frente a GR.

Tampoco se ha realizado la linealización de las ecuaciones de campo de STVG, con el fin de conocer sus ecuaciones de ondas gravitacionales. Sin embargo, es de esperar que esta teoría posea hasta 9 modos de polarización extra a los de GR (Will, 2018). Las detecciones de LIGO-VIRGO aún no restringen modos de polarización alternativos a los de GR (LIGO-Virgo Collaborations, 2016b), pero los sistemas binarios de púlsares favorecen sólo los modos de polarización clásicos pues, en otro caso, la tasa de pérdida de energía del sistema sería diferente a la observada (Wex, 2014). Esto ubica nuevamente a STVG en una posición desfavorable respecto a GR.

Por otro lado, en el año 2017 se detecta la primera onda gravitacional generada por la fusión de un sistema binario de estrellas de neutrones, correspondiéndose simultáneamente con detecciones electromagnéticas de los principales observatorios del mundo (LIGO-VIRGO Collaborations, 2017). Este evento restringe muchas teorías de gravedad modificada que predican velocidades de propagación distintas para los gravitones y fotones (Boran et al., 2018). Green

et al. (2018) argumentaron que STVG escapa a estas restricciones, pero en dicho trabajo se propone que los fotones se mueven por geodésicas nulas, es decir, se ignora la interacción del campo vectorial ϕ con el campo electromagnético. Los problemas de esta propuesta fueron discutidos en la Sección 6.4. Así, una vez más, STVG queda en una posición desfavorable respecto a GR.

Capítulo 7

Conclusiones

En esta tesis, abordamos uno de los principales problemas de la astrofísica actual: el problema de la materia oscura. Debido a que las principales partículas subatómicas candidatas a constituir la materia oscura no bariónica del universo no han sido detectadas, elegimos explorar una nueva teoría para la interacción gravitatoria que no requiere de estas partículas para explicar las observaciones. Esta teoría, llamada STVG, en la literatura ha sido explorada en regímenes de campo débil como el Sistema Solar, donde en general coincide con las predicciones de GR, o en los límites de las galaxias, donde los fenómenos asociados a la materia oscura suelen ocurrir. Sin embargo, debido a los grandes avances en el estudio y observación de sistemas en regímenes de campo fuerte, y debido al éxito de GR en modelarlos, elegimos explorar las predicciones de STVG en este régimen, restringiendo sus parámetros libres en base a observaciones recientes.

En una primera aplicación de los fundamentos de STVG, en el Capítulo 3, construimos modelos de estrellas de neutrones. Derivamos la ecuación de TOV modificada (3.21), y la integramos para ecuaciones de estado realistas. Para valores razonables del parámetro α , los efectos del campo vectorial ϕ se manifiestan en una disminución de la pendiente con la que decrece la densidad de la estrella en función de la distancia al centro, llevando a masas totales mayores que en el caso de GR (ver Figura 3.2). Esta predicción de STVG resulta atractiva, ya que las masas de las estrellas de neutrones observadas están desafiando los máximos relativistas (ver, por ejemplo, Cromartie et al., 2019). Para valores mayores de α , la atracción y repulsión gravitatoria aumentan recíprocamente, pero la no linealidad del régimen de campo fuerte lleva a predicciones peculiares, como zonas con máximos locales de densidad (ver Figura 3.5).

Luego, en el Capítulo 4, con el objetivo de caracterizar los efectos de STVG sobre *jets* relativistas, investigamos la cinemática de partículas eyectadas a lo largo del eje de simetría de un agujero negro de STVG-Kerr. Construimos nuestro modelo físico basados en la galaxia M87, de forma de comparar nuestros resultados con observaciones recientes. Primero, exploramos los efectos de la constante de acoplamiento κ , y obtenemos que los efectos gravitomagnéticos y gravitoelectricos del campo vectorial ϕ dependen directamente de ella. Las fuerzas de tipo magnéticas afectan a la velocidad angular ω_ϕ de la partícula, dependiendo críticamente de la dirección de su velocidad inicial respecto al campo gravitomagnético. Las fuerzas gravitoelectricas, por otro lado, aceleran a las partículas en su movimiento radial, llevando a la restricción (4.21) sobre κ . Luego, exploramos los efectos del parámetro α . Teniendo cotas para el tamaño del horizonte de eventos del agujero negro en M87, el parámetro α queda acotado a través de la cota para M_0 en la Eq. (4.20), pues el tamaño del horizonte de eventos del agujero negro de STVG-Kerr depende directamente del mismo. Respecto al efecto de α sobre la cinemática de las partículas de prueba, encontramos que la atracción

gravitatoria aumentada prevalece para valores de α próximos al límite (4.20). Es decir, el campo vectorial no alcanza para contrarrestar la atracción aumentada por $G = G_N(1 + \alpha)$, y STVG se desvía significativamente de GR. En base a los problemas actuales de los modelos de formación *jets* relativistas que, por ejemplo, posee condiciones contrarias para la colimación y aceleración del *jet* ya que requieren distintos ángulos de inclinación para las líneas de campo magnético, las desviaciones predictivas de STVG respecto al caso de GR resultan atractivas. El campo gravitomagnético de STVG puede utilizarse como tal agente externo para explicar la colimación, y el campo gravitoeléctrico para favorecer la aceleración. Además, el campo gravitomagnético ocasiona la rotación y contrarotación del *jet* en escalas que coinciden con las observaciones astronómicas. La conclusión general es que STVG es más apropiada que GR para explicar la formación de *jets* a través de la interacción gravitatoria.

Como última aplicación de la teoría, en el Capítulo 5, construimos discos de acreción delgados y ópticamente gruesos en torno a agujeros negros de Kerr-STVG de masa estelar y supermasivos, calculando la temperatura y luminosidad de los mismos. Encontramos que los discos son más fríos en STVG que en GR y, consecuentemente, menos luminosos. Estas diferencias se deben, en parte, a que la ISCO en STVG se encuentra más lejos del agujero negro que en GR. Estos resultados no se contradicen con ninguna observación, no pudiendo por lo tanto restringir los parámetros de STVG. La baja luminosidad de núcleos galácticos, como Sgr A*, han llevado a proponer otro modelo de acreción que el descrito en este capítulo, como los usualmente denominados ADAF (*Advection-Dominated Accretion Flows*). Consideramos un hecho atractivo de STVG que, al predecir discos menos luminosos que GR, es posible que esta teoría de la gravitación lleve a predicciones similares a los mencionados ADAF, pero con discos finos.

La conclusión general de estas aplicaciones es que el mecanismo propuesto por Moffat (2006) para recuperar las predicciones de GR cerca de la fuente del campo gravitatorio no funciona en el régimen de gravedad fuerte. La no linealidad de la teoría en este régimen impide que los términos de repulsión y atracción aumentada, parametrizados por el mismo parámetro α en la aproximación de campo débil (2.2), se cancelen exactamente. Además, el campo vectorial ϕ incluye fuerzas de tipo gravitomagnéticas que no fueron contempladas por Moffat, y estas implican desviaciones significativas de las predicciones de GR.

Estas aplicaciones se basan en dos aproximaciones: el desprecio de la masa del campo vectorial $\mu = 0$, responsable del decaimiento del campo vectorial ϕ lejos de la fuente del campo gravitacional, y la aproximación del campo escalar G como una constante, mayor al valor newtoniano, $G = G_N(1 + \alpha)$. Estas aproximaciones permiten simplificar las ecuaciones de campo de STVG y encontrar soluciones de agujeros negros que se asemejan a las soluciones de los agujeros negros cargados eléctricamente en GR. Sin embargo, como discutimos en el Capítulo 6, estas aproximaciones esconden una patología de la teoría, relacionada al Teorema de Bekenstein. Este teorema muestra que los agujeros negros, bajo ciertas hipótesis razonables, no pueden ser fuente de campos vectoriales masivos ni campos escalares que dependan de la escala. De esta forma, la existencia de soluciones formales de agujeros negros en STVG es cuestionable.

En el Capítulo 6 también discutimos sobre el acoplamiento formal del campo vectorial a la partículas masivas y a los fotones. Guiados por el principio de equivalencia débil, por el cual ambas partículas deberían acoplarse de igual forma al campo vectorial ϕ , sugerimos lineamientos para formalizar este acoplamiento. Consideramos que este es un problema fundamental de STVG: la teoría necesita un acoplamiento formal y general del campo vectorial con todo tipo de materia, que respete el principio de equivalencia débil.

Por último, en el Capítulo 6 también discutimos las implicancias sobre los fundamentos de STVG de las detecciones recientes de los observatorios de ondas gravitacionales LIGO-

VIRGO. Concluimos que estas detecciones son desfavorables a la viabilidad de la teoría. Basamos este argumento en que, como vimos en esta tesis, el régimen de campo fuerte de STVG difiere significativamente del de GR, y esta última ha probado reproducir los patrones de ondas gravitacionales con una precisión notable. La capacidad de STVG de reproducir los mismos patrones es, entonces, cuestionable. Además, las teorías escalares-vectoriales incluyen múltiples modos de polarización extras que no han sido detectados, y el acoplamiento del campo vectorial ϕ al campo electromagnético queda fuertemente restringido por la simultaneidad en la detección de los eventos GW170817 y GRB170817A.

A pesar de estas críticas, destacamos la labor de los fundadores de STVG. La aproximación de campo débil de esta teoría ha probado poder reproducir las observaciones con sólo materia visible, y los ajustes de los parámetros utilizados son valiosos para otras teorías de gravedad modificada. Por ejemplo, la teoría de Gravedad No Local (Hehl y Mashhoon, 2009; Mashhoon, 2011; Rahvar y Mashhoon, 2014) posee la misma ecuación de movimiento para partículas en campo débil que STVG, a pesar de poseer fundamentos radicalmente distintos. En el régimen de campo fuerte, sin embargo, las desviaciones peculiares de STVG respecto a GR resultan atractivas, pero no superadoras.

Apéndice A

Fotones masivos en STVG

Siguiendo a Poisson (2004), sea γ una curva parametrizada como $x^\alpha(\lambda)$, donde λ es un parámetro arbitrario, y sean P, Q dos puntos de la misma. La distancia entre estos puntos sobre γ vale:

$$l = \int_P^Q \sqrt{\pm g_{\alpha\beta} \dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta} d\lambda \quad (\text{A.1})$$

donde $\dot{x}^\alpha = dx^\alpha/d\lambda$. El signo positivo (negativo) del radicando se corresponde a una curva de tipo espacio (tiempo); suponemos que γ nunca es nula.

La curva que extremiza l está determinada por las ecuaciones de Euler-Lagrange, aplicadas al lagrangiano $L(x, \dot{x}) = \sqrt{\pm g_{\alpha\beta} \dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta}$. Resulta la ecuación diferencial:

$$\ddot{x}^\alpha + \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} \dot{x}^\beta \dot{x}^\gamma = \kappa(\lambda) \dot{x}^\alpha, \quad (\text{A.2})$$

donde $\kappa = d\ln L/d\lambda$. Esta ecuación también puede escribirse como $t^\beta \nabla_\beta t^\alpha = \kappa(\lambda) t^\alpha$, donde $t^\alpha = \dot{x}^\alpha$.

Para el caso de curvas tipo tiempo (espacio), si elegimos al tiempo propio τ (distancia propia s) como parámetro λ , resulta $L = 1$ y la ecuación geodésica queda:

$$\ddot{x}^\alpha + \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} \dot{x}^\beta \dot{x}^\gamma = 0, \quad (\text{A.3})$$

es decir $u^\beta \nabla_\beta u^\alpha = 0$, donde ahora u^α es la cuadrivelocidad respecto al parámetro afín.

Por continuidad, la ecuación (A.2) también es válida para curvas nulas. Sin embargo, en este caso, no podemos tomar el parámetro afín pues $ds = d\tau = 0$ y la ecuación se volvería singular. Buscamos entonces otro parámetro λ^* que cumpla la ecuación geodésica de la forma (A.3) para curvas tipo luz. Matemáticamente, tenemos que resolver el sistema:

$$t^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\lambda}, \quad t^\beta t_{;\beta}^\alpha = \kappa(\lambda) t^\alpha, \quad (\text{A.4})$$

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\lambda^*}, \quad u^\beta u_{;\beta}^\alpha = 0. \quad (\text{A.5})$$

Partiendo de la ecuación:

$$t^\beta t_{;\beta}^\alpha = \frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} = \kappa(\lambda) t^\alpha, \quad (\text{A.6})$$

y realizando un cambio de variables $\lambda \rightarrow \lambda^*$, obtenemos:

$$\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{d\lambda^*}{d\lambda} \right) \frac{d\lambda}{d\lambda^*} \frac{dx^\alpha}{d\lambda} = k(\lambda) \frac{dx^\alpha}{d\lambda}, \quad (\text{A.7})$$

donde hemos utilizado que $d^2x^\alpha/d\lambda^{*2} = u^\beta u_{;\beta}^\alpha = 0$. Para las componentes no triviales de esta ecuación, donde $dx^\alpha/d\lambda \neq 0$, podemos simplificar estos factores y resolver para λ^* :

$$\frac{d\lambda^*}{d\lambda} = \exp \left[\int^\lambda k(\lambda') d\lambda' \right]. \quad (\text{A.8})$$

Hasta aquí hemos demostrado que, tanto para curvas tipo tiempo, espacio, o luz, existe un parámetro λ^* respecto al cual la ecuación geodésica se escribe como $u^\beta u_{;\beta}^\alpha = 0$. Veamos además que, sobre ellas, la cantidad $\epsilon = u^\alpha u_\alpha$ se mantiene constante:

$$\frac{d\epsilon}{d\lambda} = (u^\alpha u_\alpha)_{;\beta} u^\beta = u^\alpha u_{\alpha;\beta} u^\beta + u_\alpha u^\alpha_{;\beta} u^\beta = 0. \quad (\text{A.9})$$

Ahora bien, incluyamos un término de interacción entre la partícula y el campo vectorial en el lagrangiano L :

$$L(x, \dot{x}) = \sqrt{\pm g_{\alpha\beta} \dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta} + e\phi^\alpha \dot{x}_\alpha. \quad (\text{A.10})$$

De las ecuaciones de Euler-Lagrange resulta la ecuación geodésica:

$$\ddot{x}^\alpha + \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} \dot{x}^\beta \dot{x}^\gamma = \kappa(\lambda) \dot{x}^\alpha + eB^{\alpha\beta} \dot{x}_\beta, \quad (\text{A.11})$$

donde \mathbf{B} es el tensor de campo antisimétrico correspondiente al campo vectorial ϕ .

Para curvas tipo tiempo y espacio, los parámetros afines nuevamente anulan el término proporcional a κ , y la conservación de ϵ sobre las geodésicas sigue valiendo¹. Para el caso de curvas tipo luz, sin embargo, no podemos encontrar el respectivo parámetro λ^* . Repitiendo el análisis anterior, el equivalente a la ecuación (A.7) ahora resulta:

$$\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{d\lambda^*}{d\lambda} \right) \frac{d\lambda}{d\lambda^*} \frac{dx^\alpha}{d\lambda} = \kappa(\lambda) \frac{dx^\alpha}{d\lambda} + eB^{\alpha\beta} \frac{dx_\beta}{d\lambda}, \quad (\text{A.12})$$

y vemos que aquí no podemos cancelar los factores $t^\alpha = dx^\alpha/d\lambda$. Contrayendo esta ecuación con $t_\alpha = dx_\alpha/d\lambda$ nos lleva al resultado (A.8) para λ^* , pero sólo si la contracción $t^\alpha t_\alpha \neq 0$, es decir, para curvas tipo tiempo y espacio, en las cuales ya sabíamos que existía dicho parámetro.

Concluimos que, si el campo vectorial ϕ se acopla al vector de onda $k^\alpha = dx^\alpha/d\lambda$ de los fotones, estos dejarán de moverse por geodésicas nulas. Más aún, si exigimos que cumplan la misma ecuación de movimiento que las partículas masivas respecto a su parámetro afin, los fotones adquieren una masa $k^\alpha k_\alpha = -m_\gamma$ pues vimos que esta contracción debe ser no nula para que exista el parámetro afin (A.8).

¹ $\frac{d\epsilon}{d\lambda} = (u^\alpha u_\alpha)_{;\beta} u^\beta = u^\alpha u_{\alpha;\beta} u^\beta + u_\alpha u^\alpha_{;\beta} u^\beta = u^\alpha B_{\alpha\beta} u^\beta + B^{\alpha\beta} u_\beta u_\alpha = 0$, por simetría.

Apéndice B

Teorema de Bekenstein

En la comunidad de investigación de agujeros negros, existe la expresión popular: *los agujeros negros no tienen pelos*. Esta expresión es consecuencia de la conjetura de Israel-Carter, que argumenta que el estado final del colapso gravitacional de una estrella supermasiva a un agujero negro será, eventualmente, un agujero negro de Kerr-Newman, caracterizado sólo por su masa, su momento angular, y su carga eléctrica. En otras palabras, los agujeros negros estáticos sólo pueden ser fuentes del campo gravitacional y del campo electromagnético. Estos argumentos, aunque conjeturales, se sustentan en múltiples teoremas (ver por ejemplo Israel, 1967; Carter, 1971; Wald, 1971).

En otros trabajos, se analiza si los agujeros negros pueden ser fuentes de campos particulares. Por ejemplo, el caso de campos escalares sin masa es investigado por Chase (1970), Price (1972) y Fackerell y Ipser (1972), concluyendo que un agujero negro de Schwarzschild, Kerr, o cualquier agujero negro estático, no puede ser fuente de un campo escalar estacionario que no sea constante. Respecto a los campos relacionados a las interacciones débiles, Hartle (1971) y Teitelboim (1972a) encuentran que, al menos para el caso esféricamente simétrico, un agujero negro no puede interactuar con el exterior por medio de interacciones débiles. De esta forma, es imposible determinar el número leptónico de un agujero negro desde su exterior. Finalmente, se derivan resultados equivalentes se derivan para los campos relacionados a las interacciones fuertes (Bekenstein, 1972a, 1972b; Teitelboim, 1972b).

A continuación, mostramos un ejemplo de cómo se demuestran estos resultados, concentrándonos en el caso del campo vectorial masivo, también llamado campo de Proca, que es el de mayor interés para STVG.

Sea el espaciotiempo de un agujero negro en rotación, estacionario, y asintóticamente plano. Sean las coordenadas (t, r, θ, ϕ) adaptadas a estas simetrías, de modo que los vectores de Killing son $\mathbf{k} = \partial_t$ y $\mathbf{m} = \partial_\phi$. Consideremos un campo de Proca real¹ A_α , con su correspondiente campo de fuerza antisimétrico $F_{\alpha\beta}$. Suponiendo que estos campos heredan las simetrías del espaciotiempo, vale

$$\mathcal{L}_{\mathbf{k}}A_\alpha = \mathcal{L}_{\mathbf{m}}A_\alpha = 0 = \mathcal{L}_{\mathbf{k}}F_{\alpha\beta} = \mathcal{L}_{\mathbf{m}}F_{\alpha\beta}, \quad (\text{B.1})$$

donde $\mathcal{L}_{\mathbf{k}}$ denota la derivada de Lie en la dirección del vector \mathbf{k} . Consideremos la ecuación de Proca $\nabla_\alpha F^{\alpha\beta} = m_\phi^2 A^\beta$, al contraerla con el campo A_β e integrarla en la región externa al agujero negro, obtenemos

$$\int d^4x \sqrt{-g} \left[A_\beta \nabla_\alpha F^{\alpha\beta} - \mu^2 A^\beta A_\beta \right] = 0. \quad (\text{B.2})$$

¹La prueba puede generalizarse a varios campos de Proca reales, así como también a campos de Proca complejos.

Integrando por partes, resulta

$$\int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}}{2} + \mu^2 A_\beta A^\beta \right] - \int_{\mathcal{H}} d^3\sigma n^\alpha A_\beta F_\alpha{}^\beta = 0, \quad (\text{B.3})$$

donde el término de frontera se calcula sólo en el horizonte de eventos \mathcal{H} , ya que el término de la frontera exterior se anula por el decaimiento exponencial del campo de proca A_α .

Ahora, veamos que el término de frontera en la Ec. (B.3) es nulo. El vector $b_\alpha = F_\alpha{}^\beta A_\beta$, por simetría, debe cumplir $b_t = b_\phi = 0$. Esto significa que $A_r = A_\theta = F_{r\theta} = F_{t\phi} = 0$. Por otro lado, el horizonte de eventos en un espaciotiempo estacionario y asintóticamente plano es un horizonte de Killing tipo luz, por lo que el vector n^α , normal a \mathcal{H} , debe ser una combinación de \mathbf{k} y \mathbf{m} . De estos resultados, se cumple que $n^\alpha A_\beta F_\alpha{}^\beta = 0$ sobre el horizonte².

Consideremos ahora el término restante

$$\int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}}{2} + \mu^2 A_\beta A^\beta \right] = 0. \quad (\text{B.4})$$

Cambiando de la base coordenada $\{\mathbf{e}_t, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi\}$ a una base ortonormal $\{\mathbf{e}_{\bar{t}}, \mathbf{e}_{\bar{r}}, \mathbf{e}_{\bar{\theta}}, \mathbf{e}_{\bar{\phi}}\}$, y teniendo en cuenta las componentes no nulas de los campos según las geometrías del espaciotiempo, obtenemos

$$\int d^4x \sqrt{-g} \left[(F_{\bar{t}\bar{r}})^2 + (F_{\bar{t}\bar{\theta}})^2 + (A_{\bar{t}})^2 \right] = \int d^4x \sqrt{-g} \left[(F_{\bar{\phi}\bar{r}})^2 + (F_{\bar{\phi}\bar{\theta}})^2 + (A_{\bar{\phi}})^2 \right]. \quad (\text{B.5})$$

Debido a la invarianza temporal de la ecuación de Proca, las componentes $\{F_{\bar{t}\bar{r}}, F_{\bar{t}\bar{\theta}}, A_{\bar{t}}\}$ deben ser funciones pares del tiempo, mientras que las componentes $\{F_{\bar{\phi}\bar{r}}, F_{\bar{\phi}\bar{\theta}}, A_{\bar{\phi}}\}$ deben ser funciones impares. Suponemos ahora que estas componentes son funciones analíticas de un parámetro α impar ante inversión temporal, como puede ser el momento angular del agujero negro, y desarrollamos ambos miembros de esta ecuación como potencias de α . Siendo todos los términos de los integrandos positivos, comparando término a término los desarrollos de α de ambos miembros, encontramos que todos los campos deben ser nulos. Volviendo a la base coordenada $\{\mathbf{e}_t, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi\}$, concluimos que el campo de Proca debe ser nulo en el exterior del agujero negro.

El contenido de este apéndice sigue los resultados de Bekenstein (1972a, 1972b), y de la revisión moderna de Herdeiro et al. (2016).

²No contemplamos aquí que los campos puedan ser infinitos en \mathcal{H} . Esto se justifica por el hecho de que los campos de Proca son físicos. Esto no es así, por ejemplo, para el cuadripotencial del campo electromagnético, que no es físico por su invarianza de gauge. En efecto, esta deducción no vale para el campo electromagnético, y de hecho existen soluciones de agujeros negros como fuentes de dicho campo.

Apéndice C

Resumen de trabajos realizados

C.1. Publicaciones

C.1.1. Revistas internacionales con arbitraje

1. **Cosmological black holes and the direction of time**
Romero, G.E., Pérez, D. & Lopez Armengol, F.G.
Foundations of Science, **23**: 415 (2018)
2. **Effects of Scalar-Tensor-Vector Gravity on relativistic jets**
Lopez Armengol, F.G. & Romero, G.E.
Astrophysics and Space Science, **362**: 214 (2017)
3. **Accretion disks around black holes in Scalar-Tensor-Vector Gravity**
Pérez, D., Lopez Armengol, F.G. & Romero, G.E.
Physical Review D **95**, 104047 (2017)
4. **Neutron stars in Scalar-Tensor-Vector Gravity**
Lopez Armengol, F.G. & Romero, G.E.
General Relativity and Gravitation, **49** (2), 1-15 (2017)

C.1.2. Actas de congresos internacionales con arbitraje

1. **Scalar-Tensor-Vector gravity effects on relativistic blobs ejected by AGNs**
Lopez Armengol, F.G. & Romero, G.E.
Proceedings of the Fifth Meeting on High-Energy Phenomena in Relativistic Outflows (HEPRO V), 153-158, ISBN 978-987-24948-3-4 (2016)

C.1.3. Actas de congresos nacionales con arbitraje

1. **Interpretation misunderstandings about elementary Quantum Mechanics**
Lopez Armengol, F.G. & Romero, G.E.
Metatheoria, **7** (2), ISSN 1853-2322 (2017)
2. **Scalar-tensor-vector gravity theory solutions with matter content**
Lopez Armengol, F.G. & Romero, G.E.
Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía, **58**, 231-233 (2016)

C.2. Telegramas

1. **Radio observations following the recent glitch of Vela Pulsar (PSR B0833-45)**
PuMA Collaboration (2018)
ATel #12482
2. **Follow up of the radio flare from the magnetar XTE J1810-197 at 1.4 GHz**
PuMA Collaboration (2018)
ATel #12323

C.3. Divulgación

1. **Proyecto PuMA: contexto científico**
Boletín de Divulgación Científica y Tecnológica del IAR, ISSN: 1669-7871 (2018)
2. **Exploring The Discrepancies Between General Relativity And Scalar-Tensor-Vector Gravity Theory**
Science Trends, <http://doi.org/10.31988/SciTrends.8993> (2018)
3. **El espacio y el tiempo**
Autor: Federico G. Lopez Armengol
Boletín de Divulgación Científica y Tecnológica del IAR, ISSN: 1669-7871 (2016)

Bibliografía

Abramowicz, M.A., Fragile, C.: Foundations of Black Hole Accretion Disk Theory, *Living Rev. Relativ.*, 16, 1 (2013)

Accioly, A., Helayël-Neto, J., Scatena, E.: Upper bounds on the photon mass, *Phys. Rev. D*, 82, 6 (2010)

Agnese, R., et al.: Search for Low-Mass Weakly Interacting Massive Particles with SuperCDMS, *Phys. Rev. Lett.*, 112, 241302 (2014)

Antoniadis, J., et al.: A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary, *Science*, 340, 448 (2013)

Aprile, E., et al.: Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data, *Phys. Rev. Lett.*, 109, 181301 (2012)

Arnowitt, R., Deser, S., Misner, C.W.: The dynamics of general relativity, en Witten, L. (ed.): *Gravitation: An Introduction to Current Research*, Nueva York: Wiley (1962)

Asada, K., Nakamura, M.: The structure of the M87 jet: a transition from parabolic to conical streamlines, *Astrophys. J. Lett.*, 745, 28 (2012)

Babcock, H.W.: The rotation of the Andromeda Nebula, *Lick Observatory Bulletin*, 19, 41B (1939)

Babichev, E., Charmousis, C., Hassaine, M.: Black holes and solitons in an extended Proca theory, *J. High Energy Phys.* 2017, 5, id. 114 (2017)

Baker, J.G., Centrella, J., Choi, D., Koppitz, M., van Meter, J.: Gravitational-Wave Extraction from an Inspiring Configuration of Merging Black Holes, *Phys. Rev. Lett.*, 96, 111102 (2006)

Bekenstein, J.D.: Nonexistence of Baryon Number for Static Black Holes, *Phys. Rev. D*, 5, 1239 (1972a)

Bekenstein, J.D.: Nonexistence of Baryon Number for Black Holes. II, *Phys. Rev. D*, 5, 2403 (1972b)

Bekenstein, J.D., Milgrom, M.: Does the missing mass problem signal the breakdown of Newtonian gravity?, *Astrophys. J.*, 286, 7 (1984)

Bekenstein, J.D.: Relativistic gravitation theory for the modified Newtonian dynamics paradigm, *Phys. Rev. D*, 70, 083509 (2004)

Bertone, G.; Hooper, D.: History of dark matter, *Rev. Mod. Phys.*, 90, 45002 (2018)

- Blandford, R.D., Payne, D.G.: Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 199, 883 (1982)
- Blandford, R.D.; Znajek, R.L.: Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 179(3), 433 (1977)
- Boran, S., Desai, S., Kahya, E., Woodard, R.: GW170817 Falsifies Dark Matter Emulators, *Phys. Rev. D*, 97, 041501 (2018)
- Brans, C., Dicke, R.H.: Mach Principle and a Relativistic Theory of Gravitation, *Phys. Rev.*, 124, 925 (1961)
- Broderick, A.E., Narayan, R., Kormendy, J., Perlman, E.S., Rieke, M.J., Doeleman, S.S.: The event horizon of M87, *Astrophys. J.*, 805, 179 (2015)
- Brownstein, J.R., Moffat, J.W.: Galaxy Rotation Curves without Nonbaryonic Dark Matter, *Astrophys. J.*, 636, 721 (2006a)
- Brownstein, J.R., Moffat, J.W.: Galaxy cluster masses without non-baryonic dark matter, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 367, 527 (2006b)
- Brownstein, J.R., Moffat, J.W.: The Bullet Cluster 1E0657-558 evidence shows modified gravity in the absence of dark matter, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 382, 29 (2007)
- Bunge, M.A.: *Treatise on Basic Philosophy: Ontology I: The Furniture of the World*. Springer Netherlands (1977)
- Campanelli, M., Lousto, C.O., Marronetti, P., Zlochower, Y.: Accurate Evolutions of Orbiting Black-Hole Binaries without Excision, *Phys. Rev. Lett.*, 96, 111101 (2006)
- Carter, B.: Global Structure of the Kerr Family of Gravitational Fields, *Phys., Rev.* 174, 1559 (1968)
- Carter, B.: Axisymmetric Black Hole Has Only Two Degrees of Freedom, *Phys. Rev. Lett.*, 26, 331 (1971)
- Chase, J.E.: Event horizons in static scalar-vacuum space-times, *Commun. Math. Phys.*, 19, 276 (1970)
- Crawford, P., Tereno, I.: Generalized Observers and Velocity Measurements in General Relativity, *Gen. Relativ. Gravit.*, 34, 2075 (2002)
- Cromartie, H.T., et al.: Relativistic Shapiro delay measurements of an extremely massive millisecond pulsar, *Nature Astronomy* (2019)
- de Felice, F., Calvani, M.: Orbital and vortical motion in the Kerr metric, *Nuovo Cimento B*, 10, 447 (1972)
- de Felice, F., Curir, A.: Axial collimation in the Kerr metric (astrophysical jets), *Classical Quant. Grav.*, 9, 1303 (1992)
- Demorest, P.B., et al.: A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay, *Nature*, 467, 1081 (2010)
- Dirac, P.A.M.: *General Theory of Relativity*, New Jersey: Princeton University Press (1996)

- Douchin, F., Haensel, P.: A unified equation of state of dense matter and neutron star structure, *Astron. Astrophys.*, 380, 151 (2001)
- Dove, J.B., Wilms, J., Maisack, M., Begelman, M.C.: Self-consistent Thermal Accretion Disk Corona Models for Compact Objects. I. Properties of the Corona and the Spectrum of Escaping Radiation, *Astrophys. J.*, 487, 759 (1997)
- The Event Horizon Telescope Collaboration: First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole, *Astrophys. J.*, 875, L1 (2019)
- Ellis, J.R., Hagelin, J.S., Nanopoulos, D.V., Olive, K.A., Srednicki, M.: Supersymmetric Relics from the Big Bang, *Nucl. Phys.*, B238, 453 (1984)
- Fackerell, E.D., Ipser, J.R.: Weak Electromagnetic Fields Around a Rotating Black Hole, *Phys. Rev. D*, 5, 2455 (1972)
- Famaey, B., McGaugh, S.S.: Modified Newtonian Dynamics (MOND): Observational Phenomenology and Relativistic Extensions, *Living Reviews in Relativity*, 15, 10 (2012)
- Florides, P.S.: The complete field of charged perfect fluid spheres and of other static spherically symmetric charged distributions, *J. Phys. A-Math. Gen.*, 16, 1419 (1983)
- Fock, V.: *The Theory of Space, Time and Gravitation*, Los Angeles: Pergamon Press LTD (1959)
- Freeman, K.C.: On the Disks of Spiral and S0 Galaxies, *Astrop. J.*, 160, 811 (1970)
- Gebhardt, K., Adams, J., Richstone, D., Lauer, T.R., Faber, S.M., Gültekin, K., Murphy, J., Tremaine, S.: The black hole mass in M87 from GEMINI/NIFS adaptive optics observations, *Astrophys. J.*, 729, 119 (2011)
- Goldberg, H.: Constraint on the Photino Mass from Cosmology, *Phys. Rev. Lett.*, 50, 1419 (1983)
- Goriely, S., Chamel, N., Pearson, J.M.: Further explorations of Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas. XII. Stiffness and stability of neutron-star matter, *Phys. Rev. C*, 82, 035804 (2010)
- Gou, L., McClintock, J.E., Reid, M.J., Orosz, J.A., Steiner J.F., Narayan, R., Xiang, J., Remillard, R.A., Arnaud, K.A., Davis, S.W.: The extreme spin of the black hole in Cygnus X-1, *Astrophys. J.*, 742, 85 (2011)
- Green, M.A., Moffat, J.W., Toth, V.T.: Modified gravity (MOG), the speed of gravitational radiation and the event GW170817/GRB170817A, *Phys. Lett. B*, 780, 300 (2018)
- Hartle, B.: Long-Range Neutrino Forces Exerted by Kerr Black Holes, *Phys. Rev. D*, 3, 2938 (1971)
- Haensel, P., Potekhin, A.Y.: Analytical representations of unified equations of state of neutron-star matter, *Astron. Astrophys.*, 428, 191 (2004)
- Hehl F.W., Mashhoon, B.: Nonlocal gravity simulates dark matter, *Phys. Lett. B*, 673, 279 (2009)
- Herdeiro, C., Radu, E., Rúnarsson, H.: Kerr black holes with Proca hair, *Classical Quant. Grav.*, 33, 15 (2016)

- Hewish, A., Bell, S.J., Pilkington, J.D.H., Scott, P.F., Collins, R.A.: Observation of a Rapidly Pulsating Radio Source, *Nature*, 217, 709 (1968)
- Hussain, S., Jamil, M.: Timelike geodesics of a modified gravity black hole immersed in an axially symmetric magnetic field, *Phys. Rev. D*, 92, 043008 (2015)
- Israel, W.: Final States of Gravitational Collapse, *Phys. Rev.*, 164, 1776 (1967)
- Joyce, A., Lombriser, L., Schmidt, F.: Dark Energy Versus Modified Gravity, *Annu. Rev. Nucl. Part. S.*, 66, 1 (2016)
- Kephart, T.W., Weiler, T.J.: Luminous axion clusters, *Phys. Rev. Lett.*, 58, 171 (1987)
- Kiziltan, B., Kottas, A., De Yoreo, M., Thorsett, S.E.: The Neutron Star Mass Distribution, *Astrophys. J.*, 778, 66 (2013)
- Lasky, P.D., Sotani, H., Giannios, D.: Structure of neutron stars in tensor-vector-scalar theory, *Phys. Rev. D*, 78, 104019 (2008)
- Li, Y.R., Yuan, Y.F., Wang, J.M., Wang, J.C., Zhang, S.: Spins of supermassive black holes in M87. Fully general relativistic calculations, *Astrophys. J.*, 699, 513 (2009)
- LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger, *Phys. Rev. Lett.*, 116, 061102 (2016)
- LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: Tests of General Relativity with GW150914, *Phys. Rev. Lett.*, 116, 221101 (2016)
- LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral, *Phys. Rev. Lett.*, 119, 161101 (2017)
- The LIGO Scientific Collaboration, The VIRGO Collaboration: Binary Black Hole Population Properties Inferred from the First and Second Observing Runs of Advanced LIGO and Advanced Virgo, *Astrophys. J.*, 882, L24 (2019)
- Lopez Armengol, F.G., Romero, G.E.: Neutron stars in Scalar-Tensor-Vector Gravity, *Gen. Relativ. Gravit.*, 49, 1 (2017a)
- Lopez Armengol, F.G., Romero, G.E.: Effects of Scalar-Tensor-Vector Gravity on relativistic jets, *Astrophys. Space. Sci.*, 362, 214 (2017b)
- LUX Collaboration: First results from the LUX dark matter experiment at the Sanford Underground Research Facility, *Phys. Rev. Lett.*, 112, 091303 (2014)
- Mashhoon, B.: Nonlocal Gravity, en Novello, M., Perez Begliaffa (eds.), S.E.: *Cosmology and Gravitation*, Cambridge: Cambridge Scientific Publishers (2011)
- Maurya, S.K., Gupta, Y.K., Ray, S., Chowdhury, S.R.: Spherically symmetric electromagnetic mass models of embedding class one, *ArXiv e-prints*: 1506.02498 (2015)
- Mertens, F., Lobanov, A.P., Walker, R.C., Hardee, P.E.: Kinematics of the jet in M87 on scales of 100-1000 Schwarzschild radii, *Astron. Astrophys.*, 595, 54 (2016)
- Mavromatos, N.E., Sakellariadou, M., Yusaf, M.F.: Can the relativistic field theory version of modified Newtonian dynamics avoid dark matter on galactic scales?, *Phys. Rev. D*, 79, 081301 (2009)

- Milgrom, M.: A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis, *Astrophys. J.*, 270, 365 (1983)
- Misner, C.W., Thorne, K.S., Wheeler, J.A.: *Gravitation*, San Francisco: W. H. Freeman (1973)
- Moffat, J.W.: Scalar tensor vector gravity theory, *J. Cosmol. Astropart. P.*, 3, 4 (2006)
- Moffat, J.W., Toth, V.T.: Modified Gravity: Cosmology without dark matter or Einstein's cosmological constant, *ArXiv e-prints*: 0710.0364 (2007)
- Moffat, J.W., Toth, V.T.: Testing Modified Gravity with Globular Cluster Velocity Dispersions, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 680, 1158 (2008)
- Moffat, J.W., Toth, V.T.: Fundamental parameter-free solutions in modified gravity, *Classical Quant. Grav.*, 26, 085002 (2009a)
- Moffat, J.W., Toth, V.T.: The bending of light and lensing in modified gravity, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 397, 4 (2009b)
- Moffat, J.W., Rahvar, S.: The MOG weak field approximation and observational test of galaxy rotation curves, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 436, 1439 (2013)
- Moffat, J.W., Rahvar, S.: The MOG weak field approximation - II. Observational test of Chandra X-ray clusters, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 441, 3724 (2014)
- Moffat, J.W.: Black holes in modified gravity (MOG), *Eur. Phys. J. C*, 75, 175 (2015)
- Nordstrom, G.: On the Energy of the Gravitational Field in Einstein's Theory, *Verhandl. Koninkl. Ned. Akad. Wetenschap., Afdel. Natuurk.*, 26 (1918)
- Novikov, I. D., Thorne, K. S., en: Dewitt, C., Dewitt, B.S. (eds.): *Black Holes (Les Astres Occlus)*, 343 (1973)
- Orellana, M., García, F., Teppa Pannia, F.A., Romero, G.E.: Structure of neutron stars in R-squared gravity, *Gen. Relat. Gravit.*, 45, 771 (2013)
- Orosz, J.A., McClintock, J.E., Aufdenberg, J.P., Remillard, R.A., Reid, M.J., Narayan, R., Gou L.: The mass of the black hole in Cygnus X-1, *Astrophys. J.*, 742, 84 (2011)
- Özel, F., Psaltis, D., Narayan, R., Santos Villarreal, A.: On the Mass Distribution and Birth Masses of Neutron Stars, *Astrophys. J.*, 757, 55 (2012)
- Page, D.N., Thorne, K.S.: Disk-Accretion onto a Black Hole. Time-Averaged Structure of Accretion Disk, *Astrophys. J.*, 191, 499 (1974)
- Pandharipande, V.R., Ravenhall, D.G.: Hot Nuclear Matter, en: Soyeur, M., Flocard, H., Tamain, B., Porneuf, M. (eds.), *NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series B*, 205, 103 (1989)
- Pearson, J.M., Goriely, S., Chamel, N.: Properties of the outer crust of neutron stars from Hartree-Fock-Bogoliubov mass models, *Phys. Rev. C*, 83, 065810 (2011)
- Pearson, J.M., Chamel, N., Goriely, S., Ducoin, C.: Inner crust of neutron stars with mass-fitted Skyrme functionals, *Phys. Rev. C*, 85, 065803 (2012)

- Penzias, A.A., Wilson, R. W.: A Measurement Of Excess Antenna Temperature At 4080 Mc/s, *Astrophys. J. Let.*, 142, 419 (1965)
- Pérez, D., Romero, G.E., Perez Bergliaffa, S.E.: Accretion disks around black holes in modified strong gravity, *Astron. Astrophys.*, 551, A4 (2013)
- Pérez, D., Lopez Armengol, F.G., Romero, G.E.: Accretion disks around black holes in scalar-tensor-vector gravity, *Phys. Rev. D*, 95, 104047 (2017)
- Poisson, E.: *A Relativist's Toolkit: The Mathematics of Black-Hole Mechanics*, Cambridge: Cambridge University Press (2004)
- Potekhin, A.Y., Fantina, A.F., Chamel, N., et al.: Analytical representations of unified equations of state for neutron-star matter, *Astron. Astrophys.*, 560, A48 (2013)
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T.: *Numerical Recipes in FORTRAN 77: Volume 1*, Cambridge: Cambridge University Press (1992)
- Pretorius, F.: Evolution of Binary Black-Hole Spacetimes, *Phys. Rev. Lett.*, 95, 121101 (2005)
- Price, R.H.: Nonspherical Perturbations of Relativistic Gravitational Collapse. I. Scalar and Gravitational Perturbations, *Phys. Rev. D*, 5, 2419 (1972)
- Pringle, J.E.: Accretion discs in astrophysics, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 19, 137 (1981)
- Rahvar S., Mashhoon, B.: Observational Tests of Nonlocal Gravity: Galaxy Rotation Curves and Clusters of Galaxies, *Phys. Rev. D*, 89, 104011 (2014)
- Rahvar, S., Moffat, J.W.: Propagation of electromagnetic waves in MOG: gravitational lensing, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 482, 4 (2018)
- Rogstad, D.H., Shostak, G.S.: Gross Properties of Five Scd Galaxies as Determined from 21-CENTIMETER Observations, *Astrophys. J.*, 176, 315 (1972)
- Romero, G.E., Vila, G.S.: *Introduction to Black Hole Astrophysics*, Berlin: Springer (2014)
- Sanders, R.H.: Phase coupling gravity and astronomical mass discrepancies, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 235, 105 (1988)
- Sanders, R.H.: A Stratified Framework for Scalar-Tensor Theories of Modified Dynamics, *Astrophys. J.*, 480, 492 (1997)
- Schneider, P., Ehlers, J., Falco, E.E.: *Gravitational Lenses*, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag (1992)
- Shakura, N.I., Sunyaev, R.A.: Black holes in binary systems. Observational appearance, *Astron. Astrophys.*, 24, 337 (1973)
- Silbar, R.R., Reddy, S.: Neutron stars for undergraduates, *Am. J. Phys.*, 72, 892 (2004)
- Smith, S.: The mass of the Virgo cluster, *Astrophys. J.*, 83, 23 (1936)
- Sotani, H.: Slowly rotating relativistic stars in tensor-vector-scalar theory, *Phys. Rev. D*, 81, 084006 (2010)

- Spruit, H.C., Foglizzo, T., Stehle, R.: Collimation of magnetically driven jets from accretion discs, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 288, 333 (1997)
- Spruit, H.C.: Theory of magnetically powered jets, en: Belloni, T. (ed.) *Lecture Notes in Physics*, vol. 794, Berlin: Springer (2010)
- Steigman, G., Turner, M.S.: Cosmological constraints on the properties of weakly interacting massive particles, *Nucl. Phys.*, B253 (1985)
- Taylor, J.H., Weisberg, J.M.: A new test of general relativity - Gravitational radiation and the binary pulsar PSR 1913+16, *Astroph. J.*, 253, 908 (1968)
- Teitelboim, C.: Nonmeasurability of the lepton number of a black hole, *Lett. Nuovo Cimento*, 3, 397 (1972)
- Teukolsky, S.A., Shapiro, S.L.: Black holes, white dwarfs, and neutron stars: the physics of compact objects, Nueva York: Wiley (1983)
- Turner, M.S.: Early-Universe Thermal Production of Not-So-Invisible Axions, *Phys. Rev. Lett.*, 59, 2489 (1987)
- van Albada, T.S., Bahcall, J.N., Begeman, K., Sancisi, R.: Distribution of dark matter in the spiral galaxy NGC 3198, *Astrophys. J. Part 1*, 295, 305 (1985)
- Wald, M.: Final States of Gravitational Collapse, *Phys. Rev. Lett.*, 26, 1653 (1971)
- Weinberg, S.: A New Light Boson?, *Phys. Rev. Lett.*, 40, 223 (1978)
- Weinberg, S.: Upper Bound on Gauge-Fermion Masses, *Phys. Rev. Lett.*, 50, 387 (1983)
- Wex, N.: Testing Relativistic Gravity with Radio Pulsars, *arXiv:1402.5594 [gr-qc]* (2014)
- Wilczek, F.: Problem of Strong P and T Invariance in the Presence of Instantons, *Phys. Rev. Lett.*, 40, 279 (1978)
- Will, C.M.: The Confrontation between General Relativity and Experiment, *Liv. Rev. Relativity* 17, 1, id. 4 (2014)
- Will, C.: *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Cambridge: Cambridge University Press (2018)
- White, S.D.M., Frenk, C.S., Davis, M.: Clustering in a neutrino-dominated universe, *Astroph. J.*, 274, L1 (1983)
- Yazadjiev, S.S., Doneva, D.D, Kokkotas, K.D., Staykov, K.V.: Non-perturbative and self-consistent models of neutron stars in R-squared gravity, *J. Cosmol. Astropart. P.*, 6, 3 (2014)
- Zwicky, F.: Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln, *Helv. Phys. Acta* 6, 110 (1933)